13) 1127-21

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том V

7

1960

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

Главный редактор В. А. КОТЕЛЬНИКОВ

Заместители гл. редактора: Д. В. ЗЕРНОВ, Ю. Б. КОБЗАРЕВ

Редакционная коллегия:

А. И. БЕРГ, Б. А. ВВЕДЕНСКИЙ, И. С. ГОНОРОВСКИЙ, В. Л. ГРАНОВСКИЙ, Л. А. ЖЕКУЛИН, Н. Д. ДЕВЯТКОВ, Л. Н. ДОБРЕЦОВ, А. Ф. ИОФФЕ, А. Н. КАЗАНЦЕВ, С. Г. КАЛАШНИКОВ, П. Л. КАПИЦА, В. В. МИГУЛИН, А. Л. МИКАЭЛЯН, А. А. ПИСТОЛЬКОРС, А. М. ПРОХОРОВ, С. М. РЫТОВ, В. И. СИФОРОВ, Я. Н. ФЕЛЬД, С. Э. ХАЙКИН, Б. М. ЦАРЕВ

Ученый секретарь редакции Г. А. БЕРНАШЕВСКИЙ

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том V ИЮЛЬ, 1960 **Вып. 7**

СОДЕРЖАНИЕ

Старик А. М. Основные направления в разработке разрядников для антенных переключателей (обзор) 1035

Просин А. В. К теории перекрестных искажений при дальнем тропосферном распространении УКВ 1052

Ремизов Л. Т., Голубцов М. Г., Тюфякин Л. С. Приемное устройство для измерения статистических характеристик сигналов при тропосферном распространении радиоволн 1065

Ван Хуань-чжо. Метод расчета диэлектрической вставки для согласования волны H_{01} в переходе между двумя волноводами круглого сечения 1072

Мировицкий Д. И., Валеев Г. Г. Направленные ответвители поверхностной волны 1078

Пистолькорс А. А., Сюй Янь-шэн. Свободные электромагнитные колебания сферического резонатора с намагниченным ферритовым шариком в центре 1085

Лошаков Л. Н. К теории многопроводной линии передачи, образованной системой переменнофазных проводников, расположенных на поверхности кругового цилиндра 1092

Солнцев В. А., Тагер А. С. Возбуждение волноводных систем электронным потоком с заданной модуляцией 1100

Кормилицин Б. Т., Овчаров В. Т. Об уравнении параксиальной оптики электронных пучков с большой плотностью тока 1112

Страшкевич А. М. Метод цепных линий для построения траекторий релятивистских и ультрарелятивистских частиц в электростатических полях 1118

Старик А. М. Применение тлеющего разряда для электронной настройки разрядника блокировки передатчика 1124

Сыргий А. С., Грановский В. Л. К теории деионизации разреженного газа в магнитном поле 1129

Шуппе Г. Н., Васильев В. П. Применение радиоактивных изотопов к изучению процессов в оксидном катоде и некоторым другим вопросам катодной электроники 1135

Зархи Л. Д. Особенности работы плоскостного полупроводникового триода при синусоидальной форме напряжений на его входе и выходе 1145

Швейкин В. И. Экспериментальное определение основных свойств полупроводниковых триодов путем измерения заряда неосновных носителей базы 1158

Кащов Л. Н. Влияние модуляции толщины коллекторного p—n-перехода на режим генератора с полупроводниковым триодом 1165

Жаботинский М. Е., Левкин Л. В., Сверчков Е. И., Фетисова В. Р. Макет цезиевого стандарта частоты 1173

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Финк Л. М., Ковалев Н. И. Распределение вероятностей и энтропийная мощность узкополосного шума с ограниченной амплитудой 1177

Мировицкий Д. И., Валеев Г. Г. Гибридные соединения на линиях поверхностной волны 1179

Гришаев И. А., Зыков А. И. О влиянии неточности изготовления на диапазонные свойства диафрагмированного волновода 1182
Рассел К. Р. Использование синтетической слюды в радиолампах, подвергающихся при изготовлении высоким температурам отжига 1184
Доронкин Е. Ф. Режимы самовозбуждения симметричного полупроводникового мультивибратора 1186
Дьяков Ю. Е. К теории одноконтурного параметрического усилителя . . . 1189

Адрес редакции: Москва, К—9, Моховая, 11, Институт радиотехники и электроники АН СССР, редакция журнала «Радиотехника и электроника»

Технический редактор *Т. А. Аверкиева*

Т-07543 Подписано к печати 4/VII-1960 г. Тираж 5485 Зак. 532
Формат бумаги 70×108 1/16 Бум. л. 5 Печ. л. 13,7+2 вкл. Уч.-изд. л. 15,2

2-я типография Издательства Академии наук СССР. Москва, Шубинский пер., д. 10

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
1960 № 7

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ В РАЗРАБОТКЕ РАЗРЯДНИКОВ ДЛЯ АНТЕННЫХ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЕЙ (ОБЗОР)

А. М. Старик

Приводится обзор опубликованных в период 1946—1958 гг. оригинальных работ по исследованию различных вопросов, связанных с разработкой разрядников.

ВВЕДЕНИЕ

В 1950 г. была переведена на русский язык книга «Антенные переключатели» [1], содержавшая материалы по разработке разрядников и антенных переключателей, накопленные в основном в период 2-й мировой войны. Поскольку в этой книге отражен начальный этап развития упомянутых приборов, бо́льшая часть приведенных в ней результатов касается высокодобротных разрядников. Широкополосные разрядники были изучены сравнительно подробно лишь на низком уровне мощности.

За прошедшие 10 лет в периодической печати появилось значительное число работ, содержащих результаты исследования различных вопросов, связанных с разработкой разрядников.

На основе этих исследований были не только улучшены характеристики разрядников и антенных переключателей, но и созданы новые типы этих приборов. Почти все опубликованные работы касаются широкополосных разрядников, хотя промышленный выпуск высокодобротных разрядников не прекратился.

Значительное развитие в последние годы получили различные ферритовые устройства и, в частности, антенные переключатели. Однако антенные переключатели, использующие ферриты, ниже не рассматриваются. Не рассматриваются также весьма немногочисленные работы [63, 64, 65], посвященные усовершенствованию старых или созданию новых методик измерения разрядников.

В послевоенные годы были опубликованы две работы обзорного характера. В первой из них [2] приведены значения основных параметров большого числа типов разрядников, выпускаемых иностранными фирмами, а также приведено описание ряда типов отечественных и зарубежных разрядников. Вместе с тем, часть этой работы, посвященная собственно разрядникам, охватывает лишь небольшое число опубликованных оригинальных работ.

Вторая работа [3] касается только разрядников защиты приемника, причем рассмотрена лишь небольшая часть статей, посвященных этим приборам.

Таким образом, задачей настоящего обзора является рассмотрение всего объема работ по разрядникам, опубликованных в послевоенные годы. Можно наметить несколько основных направлений, в которых проводилась значительная часть исследований. Каждое из них излагается в отдельном параграфе, получившем соответствующее наименование.

1. БАЛАНСНЫЕ АНТЕННЫЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛИ И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В НИХ РАЗРЯДНИКИ

В [1] описаны три разновидности балансных антенных переключателей (бап): поляризационный антенный переключатель, антенный переключатель на двойном тройнике и антенный переключатель на кольцевом мосте.

В последних двух случаях использовались обычные разрядники, в то время как первый требовал применения специально сконструированных разрядников. Недостатками этих бап являлись громоздкость, относительно малая широкополосность и возможности пробоев в волноводе.

Широкое использование бап началось лишь после создания трехдецибельных мостов. В настоящее время известны три типа трехдецибельных мостов: с одним отверстием связи по узкой стенке [4], двумя отверстиями, создающими связь по широкой стенке [5], и так называемый биномиальный мост [6, 7], являющийся развитием шлейфового направленного ответвителя. Трехдецибельные мосты делят падающую мощность на две равные части, а относительный сдвиг фаз двух волн, выходящих из моста, составляет 90°. Все три типа мостов обладают сходными частотными характеристиками и в равной мере пригодны для построения бап. Выбор того или иного типа определяется в основном конструктивными соображениями. Возможны несколько схем построения бап (см. рис. 1), которые требуют, как правило, использования двух трехдецибельных мостов. В зависимости от схемы бап могут использоваться различные типы разрядников.

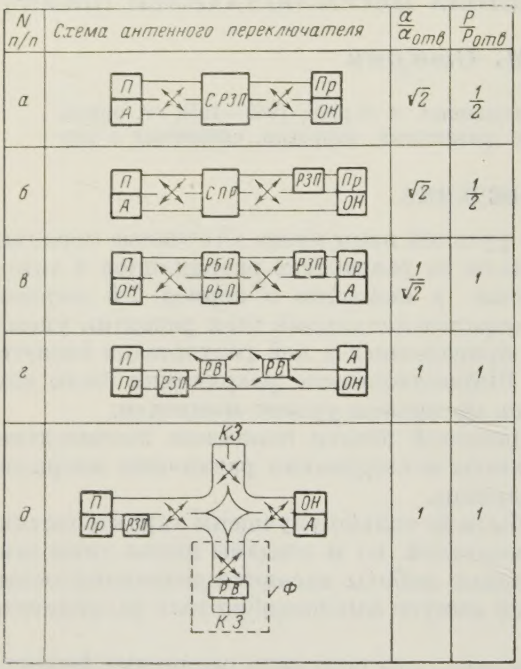


Рис. 1. Схемы балансных антенных переключателей на щелевых мостах:

П — передатчик; *СРЗП* — сдвоенный разрядник защиты приемника; *А*—антенна; *Пр* — приемник; *СПР* — сдвоенный предварительный разрядник; *ОН*—оконечная нагрузка; *РБП* —разрядник блокировки передатчика; ⨯— трехдецибельная связь; *РВ* — разрядник-вставка; *КЗ* — короткое замыкание; *Ф* — фазовращатель; *РЗП* — разрядник защиты приемника

Наибольшее распространение получил бап (рис. 1, *а*), состоящий из двух мостов со связью по узкой стенке, между которыми включены два разрядника защиты приемника (рзп), по одному в каждом канале, или специальные сдвоенные рзп. Применение сдвоенных разрядников позволяет обеспечить идентичность наполнения рабочих объемов в обоих каналах, получить оптимальную настройку и упростить конструкцию крепления. Согласно данным, приведенным в [8, 9], «сдвоение» вызывает уменьшение энергии пика на 5 *дб*, а просачивающейся мощности плоской части — на 8 *дб*, что обусловлено компенсацией этих величин в приемном канале. В 10-*см* диапазоне при мощности 1 *Мвт* удавалось получить следующие оптимальные значения параметров бап: рабочая полоса $\delta\lambda \geqslant 12\%$, вносимые потери $L \leqslant 1$ *дб*, энергия пика $W_{\text{п}} \leqslant 0{,}1$ *эрг*, просачивающаяся мощность плоской части $P_{\text{плч}} \leqslant 10$ *мвт* и время восстановления $T_{\text{в}} \leqslant 20$ *мксек*. Известно, что в ответвительном антенном переключателе такие результаты являются недостижимыми.

Следует указать на существенный недостаток балансного антенного переключателя на рзп. При прохождении от антенны к приемнику волны, распространяющиеся в двух каналах бап, оказываются в приемном плече в фазе, независимо от того, является ли принятый антенной сигнал полезным или сигналом помехи. В последнем случае имеет место значительное возрастание просачивающейся мощности. Стремление исключить этот недостаток привело к дополнительному включению рзп в приемное плечо.

В этом случае сдвоенный разрядник может иметь большую просачивающуюся мощность, поскольку удовлетворительная защита обеспечивается разрядником в приемном плече (рис. 1, *б*). В частности, сдвоенный разрядник может быть выполнен как предварительный, т. е. без диафрагм.

Возможно также построение схемы антенного переключателя с использованием разрядников блокировки передатчика (рбп) (рис. 1, *в*). Из конструктивных соображений в этом случае наиболее удобны мосты со связью по широкой стенке [5]. Другим вариантом является антенный переключатель, в котором разрядные промежутки созданы непосредственно в щелях связи [10] (рис. 1, *г*) и представляют собой так называемые разрядники-вставки (см. ниже).

Еще одним типом бап является фазосдвигающий антенный переключатель [66] (рис. 1, *д*). Коммутация осуществляется в нем специальным фазовращателем, устройство которого ясно из рис. 1, *д*. Сигнал малой мощности отражается от короткозамыкающих пластин. Сигнал большой мощности возбуждает разряд в разрядниках-вставках, включенных таким образом, что плоскость короткого замыкания оказывается при этом ближе к щели на $\lambda_в/4$. В результате на выходе слабый сигнал оказывается сдвинутым по фазе относительно сигнала большой мощности на 180°.

Как известно, падение высокочастотного напряжения на разряде не зависит от падающей мощности. Если ток в волноводном тракте не изменяется при включении разрядника, то легко получить, что средняя мощность, рассеиваемая в разряде, пропорциональна коэффициенту нагрузки

$$\alpha = \frac{P_{ср}}{\sqrt{P_{имп}}},$$

где $P_{ср}$ — падающая средняя мощность; $P_{имп}$ — падающая импульсная мощность. Очевидно, что от величины этого параметра существенно зависит срок службы разрядника заданной конструкции.

Для правильной оценки той или иной схемы антенного переключателя необходимо поэтому знать соответствующее ей значение коэффициента α. На рис. 1 приведены значения отношения коэффициентов нагрузки различных вариантов бап к коэффициенту нагрузки обычного ответвительного ап.

Следует отметить, что максимальная мощность, при которой может работать ап, ограничена не только допустимым коэффициентом нагрузки, но и пробивной мощностью волноводного тракта. На рис. 1 приведено также отношение максимально допустимых мощностей P различных бап к максимально допустимой мощности ответвительного ап. При этом пробивная мощность самих щелевых мостов в расчет не принималась. Как следует из рис. 1, наибольшими преимуществами обладает антенный переключатель на рбп. Использование рбп позволяет, кроме того, получить бап весьма компактной конструкции. Единственным его недостатком является наличие некоторой зависимости потерь от фазы магнетрона [5]. В частности, в полосе ~10% дополнительные потери, связанные с этим эффектом, составляют 0,5 *дб*.

2. ИССЛЕДОВАНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗРЯДНИКОВ ЗАЩИТЫ ПРИЕМНИКА

Как известно [1], широкополосные разрядники защиты приемника представляют собой систему из нескольких резонансных элементов, разделенных четвертьволновыми участками волновода. Для расчета волноводного фильтра с четвертьволновыми связями необходимо при анализе эквивалентной схемы учитывать изменения в диапазоне частот электрической длины участков линии между контурами. Этого можно достигнуть введением дополнительных контуров и учетом их добротности [11]. Пользуясь таким методом, можно рассчитать максимально плоские фильтры. В [12, 13] рассчитаны низкочастотные фильтры, исходя из требования

наименьшего коэффициента отражения в заданной полосе частот. При этом, в отличие от [11], требование резкой отсечки на краях диапазона не ставилось.

Изложенные выше результаты могут быть использованы для расчета непосредственно широкополосного рзп [14—16]. Предлагаемая схема расчета рзп достаточно проста и дает возможность по заданной полосе частот определить добротности всех резонансных элементов. Совпадение с экспериментом проверено на системе из трех резонансных элементов и оказалось удовлетворительным.

Следует отметить, что согласно [1] для получения оптимальной частотной характеристики необходимо выбирать добротность крайних элементов (окон) вдвое меньшей добротности средних (диафрагм); последние должны иметь одинаковую величину.

По данным [11] добротности резонансных элементов должны удовлетворять соотношению

$$Q = Q_{\Phi} \sin \frac{2i-1}{2n} \pi,$$

где Q_{Φ} — добротность фильтра, i — порядковый номер контура, n — число контуров. Изготовление разрядников с элементами разной добротности усложняет их производство. Еще более сложным оказывается изготовление разрядника, рассчитанного на основании [15]. К сожалению, до сих пор не было сделано прямого эксперимента, который позволил бы судить о целесообразности указанных усложнений конструкции.

В [17] вычислены частотные характеристики симметричного трехзвенного фильтра для случая одинаковой настройки всех элементов и четвертьволновых расстояний между ними. Показано, что эти данные могут быть использованы для графического определения частотных характеристик в случае неодинаковой настройки элементов и нечетвертьволновых расстояний между ними. Полученные результаты могут быть непосредственно использованы при конструировании разрядников.

Во всех работах, относящихся к расчету волноводных фильтров, предполагается, что в волноводе распространяется только основной тип колебаний. Между тем, известно, что вблизи неоднородности в волноводе могут существовать и высшие типы. При достаточно малом расстоянии между неоднородностями может возникать взаимодействие на высших типах. Этот вопрос был исследован применительно к резонансным диафрагмам широкополосных разрядников [18]. Полученные экспериментальные данные позволяют оценивать, в каких случаях должно учитываться взаимодействие на высших типах волн. В частности показано, что при $l/\lambda_{в} = 0{,}25$ (для основного типа) искажение частотной характеристики благодаря возбуждению высших типов может уже наблюдаться.

3. УВЕЛИЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ПОДЖИГА

Основным эффектом, вызывающим выход из строя и нестабильность работы поджига обычной конструкции (коваровый электрод, весь, кроме торца, покрытый стеклом), является переход тлеющего разряда в дуговой, носящий беспорядочный характер [19—21]. В нормальной области этот эффект исчезает, но появляются вредные релаксационные колебания [1]. Эффект не наблюдается и в аномальной области при уменьшении межэлектродной емкости до 1 *пф* (обычно это величина порядка 20 *пф*). При работе поджига в импульсном режиме вред, вызванный упомянутыми переходами, возрастает. Результатом случайных переходов тлеющего разряда в дуговой являются распыление электрода поджига и срывы разряда. Распыление электрода приводит рано или поздно к короткому замыканию электрода на корпус; в некоторых случаях и высокочастотный разрядный промежуток может оказаться закороченным.

Срывы разряда наблюдаются на протяжении промежутка времени после прекращения дугового разряда. В результате при средней величине энергии пика, укладывающейся в норму, имеют место случайные выбросы энергии пика, которые могут вызывать выгорание детектора.

Установлено, что возникновение переходов тлеющего разряда в дугу связано с образованием окисной пленки на катоде под действием паров

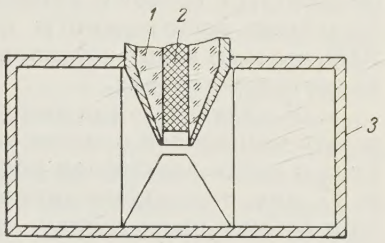
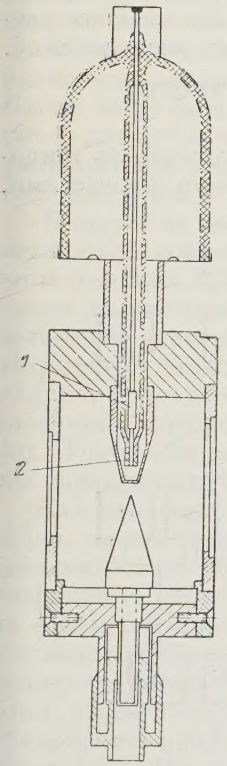


Рис. 2. Конструкция узла поджига с конусом, изолированным изнутри:
1 — искусственная слюда; *2* — стальной электрод; *3* — корпус разрядника

воды. Образование пленки приводит, кроме того, к уменьшению величины тока поджига на сроке службы и соответствующему увеличению энергии пика, а иногда и времени восстановления.

Помимо переходов тлеющего разряда в дугу выгорание может быть вызвано перескоками разряда в глубь конуса, приводящими к резкому уменьшению плотности электронов в высокочастотном промежутке [22]. Появление перескоков связывается с изменением наполнения в процессе срока службы.



При выпуске разрядников производится проверка релаксационных колебаний. Считается обычно, что релаксационные колебания допустимы, если спадания тока поджига не слишком велики. Согласно [23] даже в этом случае релаксационные колебания могут приводить к выгоранию кристалла, поскольку наблюдаемый ток является суммой тока, протекающего в тлеющем разряде, и тока заряда (или разряда) межэлектродной емкости. При этом первая составляющая тока может оказаться равной нулю в то время, когда суммарный ток отличен от нуля.

Эффективность вспомогательного поджига в значительной степени зависит от расстояния между торцом электрода и высокочастотным разрядным промежутком. Некоторые данные об этой зависимости приведены в [1]. Зависимость эффективности поджига от упомянутого расстояния была детально изучена в [24], что позволяет правильно выбирать расстояния и оценить необходимые допуски. Предложена интерпретация кривых

Рис. 3. Конструкция разрядника с ограничительным сопротивлением, введенным внутрь:
1 — ограничительное сопротивление; *2* — электрод

на основе представления о неравномерном распределении плотности электронов по длине тлеющего разряда.

Перечисленные выше работы содержат ряд рекомендаций по повышению надежности и долговечности вспомогательного поджига, которые сводятся к следующему.

1. Ввиду недопустимости релаксационных колебаний необходимо работать в аномальной области.

2. Необходимо использовать в качестве материала электрода вспомо-

гательного поджига двуокись титана. Срок службы такого электрода составляет 2000—3000 *час*. Несколько менее эффективны родий и нержавеющая сталь.

3. Целесообразно изолировать конус изнутри (например, искусственной слюдой) для предотвращения перескоков разряда в глубь конуса. Оптимальное давление газа при этом увеличивается [22], что также способствует большей стабильности работы разрядника. Разрядники со стальными электродами и изолированными конусами работали более 1000 *час* (отдельные экземпляры — 5000 *час*). Конструкция узла поджига иллюстрируется рис. 2.

4. В случаях, когда необходима особенно высокая надежность, следует делать разрядники с двумя электродами поджига (на каждой диафрагме). Если с одним электродом поджига выброс энергии пика происходит 1 раз за 17 *мин*, то в случае двух электродов — 1 раз за 330 000 *час* [20]. При этом следует иметь в виду, что среднее значение энергии пика находится в норме.

5. Для приближения ограничительного сопротивления к разрядному промежутку рекомендуется [25] вводить это сопротивление внутрь разрядника (рис. 3). При этом уменьшается межэлектродная емкость. В той же работе предлагается использовать полые катоды в разрядниках. Никаких данных по этому поводу, однако, не приведено.

Следует считать таким образом проблему увеличения срока службы вспомогательного поджига до 1000—2000 *час* решенной. Дальнейшее увеличение этой цифры потребует проведения дополнительных исследований.

4. ПОВЫШЕНИЕ РАБОЧЕЙ МОЩНОСТИ, ДОЛГОВЕЧНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ РАЗРЯДНИКОВ

Максимально допустимая рабочая мощность и долговечность широкополосных разрядников определяются в первую очередь процессами, происходящими в высокочастотном разряде на входном окне. Первые широкополосные разрядники [1, 26, 27] были собраны на мягком припое с применением флюсов. Конструкция входной ча-

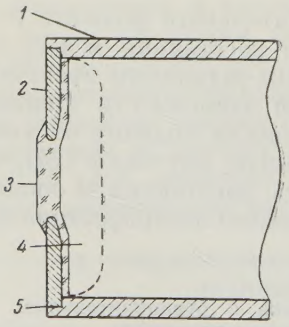


Рис. 4

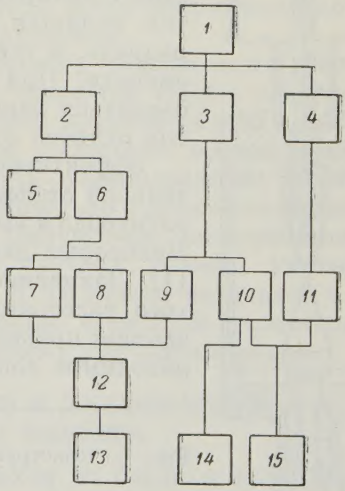


Рис. 5

Рис. 4. Конструкция входной части разрядника:

1 — корпус; *2* — коваровая рамка; *3* — стекло; *4* — область СВЧ-разряда; *5* — мягкий припой

Рис. 5. Схема основных процессов, определяющих долговечность разрядников:

1 — ВЧ-газовый разряд на входном окне; *2* — выделение тепла в разряде; *3* — бомбардировка внутренней поверхности; *4* — диссоциация молекул H_2O; *5* — возникновение градиента температуры в объеме; *6* — нагрев корпуса разрядника; *7* — газоотделение стенок; *8* — десорбция молекул H_2O; *9* — интенсивное газоотделение в области входного окна; *10* — распыление металла; *11* — окисление стенок; *12* — изменение состава газа и увеличение суммарного давления; *13* — увеличение $W_{\text{п}}$, $p_{\text{плч}}$ и $L_{\text{разр}}$; *14* — увеличение потерь при приеме; *15* — увеличение $T_{\text{восст}}$

сти такого разрядника иллюстрируется рис. 4. Эти приборы могли использоваться в станциях мощностью до 1 *Мвт* в 10-*см* диапазоне и до 100 *квт* в 3-*см* диапазоне. Об их долговечности имелись лишь предварительные данные, свидетельствовавшие о том, что она не превышала 300—400 *час*.

Основные явления, происходящие благодаря наличию ВЧ-разряда на входном окне при длительной работе разрядника, могут быть приближенно описаны схемой, показанной на рис. 5. По мере увеличения рабочей мощности интенсивность всех процессов возрастает, что вызывает сокращение долговечности и надежности. Был выполнен ряд работ, имевших целью ограничить или исключить процессы, сокращающие долговечность и надежность разрядников. К числу этих работ следует отнести изыскание способов обеспечения малой величины времени восстановления, разработку конструкции входной части разрядников, изучение и повышение стабильности наполнения на сроке службы и создание разрядников-вставок и так называемой «системы активной защиты».

А. Способы обеспечения малой величины времени восстановления. Было показано, что объемная рекомбинация и диффузия к стенкам не могут обеспечить требуемых значений времени восстановления [26]. Поэтому обычно в состав наполнения разрядника вводятся пары воды, молекулы которой обладают большой способностью к захвату электронов. Попытки [1] использования какого-либо другого газа с большим сродством к электрону не увенчались успехом.

Характеристики восстановления широкополосных разрядников, наполненных смесью аргона и паров воды, были детально изучены [1, 26]. Кроме того, было показано, что время восстановления существенно зависит от длительности импульса [28]. Этот эффект связывается с постепенным уменьшением концентрации молекул воды в области разряда на протяжении импульса.

В одной из последних работ [29] отмечается, что для уменьшения времени восстановления вместо паров воды можно использовать водород. При этом значения $T_в$ оказываются лишь немного бóльшими. Вычисленные значения поперечного сечения захвата на несколько порядков превышают известные значения для атомарного водорода. По мнению авторов [30], этот эффект объясняется восстановлением окисленных поверхностей в разряднике водородом с выделением молекул воды, что и приводит к большим значениям поперечного сечения захвата и малому времени восстановления. Такое объяснение роли водорода не исключает, однако, возможности его практического применения.

Как указывалось выше, процесс диффузии не может обеспечить достаточно малых значений $T_в$. Действительно, при обычно используемых давлениях газа (10 *мм* рт. ст. или больше) и конструкции входной части разрядника расстояние, которое должен пройти электрон, чтобы попасть на стенку, измеряется многими длинами свободного пробега. Очевидно, что, вводя куски диэлектрика, разделяющие весь объем на меньшие объемы, можно значительно сократить расстояния, которые должны пройти электроны, чтобы приблизиться к поверхности [31]. Были произведены опыты по применению диэлектриков для уменьшения $T_в$ широкополосных разрядников [28]. Показано, что введение диэлектриков может способствовать увеличению количества паров воды в объеме и, благодаря этому, уменьшать $T_в$. Основной трудностью в применении диэлектрика в широкополосных разрядниках является, по-видимому, недостаточная локализация разряда. В результате, при введении диэлектрика в область входного окна разряд может распространяться в глубь разрядника, занимая значительный объем. Поэтому применение диэлектрика представляется целесообразным, в первую очередь, в тех случаях, когда весь рабочий объем разрядника может быть разбит на большое число малых объемов. С другой стороны, применение диэлектрика требует тщательного обезгаживания

прибора. Оба эти условия легко могут быть удовлетворены в случае использования разрядников-вставок (см. ниже). Однако при этом не могут быть получены очень малые значения времени восстановления.

В случае широкополосных разрядников обычной конструкции, в особенности рзп, применение паров воды остается, по-видимому, основным способом получения приемлемых значений этого параметра. С рзп при использовании диэлектрика возникает дополнительное осложнение, заключающееся в том, что при наполнении чистым инертным газом восстановление разрядных промежутков диафрагм оказывается слишком медленным.

Б. Исследование и обеспечение стабильности наполнения в процессе работы разрядников. Как указывалось выше (см. рис. 5), одним из факторов, ограничивающих долговечность разрядника, является увеличение $T_в$. К числу способов поддержания неизменного времени восстановления на сроке службы относится резервирование паров воды [1]. С этой целью в разрядник вводится вещество, насыщенное парами воды и способное к их постепенному выделению. В качестве такого вещества может использоваться хлористый цинк [32]. Имеются данные о возможности применения соды [33].

Произведено специальное исследование изменения состава наполнения разрядника в процессе его эксплуатации [33]. В работе приведены результаты исследования изменений параметров разрядников 1В27 и 1В63 при испытании на долговечность. Разрядник 1В27, наполненный водородом и парами воды, испытывался в статическом режиме и вышел из строя через 900 *час* вследствие резкого увеличения времени восстановления. Разрядник 1В63 наполнялся аргоном и парами воды и в него вводилась в качестве резервуара молекул воды сода. После 900 *час* испытания в динамическом режиме разрядник вышел из строя вследствие резкого увеличения просачивающейся мощности, связанного, по-видимому, с образованием значительного количества водорода в объеме. В работе указаны также возможные методы контроля изменения наполнения разрядника во время работы.

Чрезвычайно интересные результаты были получены при исследовании [34] адсорбции паров воды на различных поверхностях. Оказалось, что наиболее эффективно хорошо очищенное железо. Используя специальный режим обработки нитей из чистого железа, можно получить резервуар водяных паров, способный поддерживать давление паров воды 0,2—0,6 *мм* рт. ст. в течение более 1000 *час* срока службы.

Наиболее серьезным недостатком применявшихся ранее веществ для резервирования паров воды была сильная зависимость давления от температуры. Давление паров воды и, следовательно, время восстановления практически не изменяются при использовании железа в интервале температур —20 — +120° С. Разрядники-вставки (см. ниже), в которых был применен этот метод резервирования, имели срок службы, превышающий 1000 *час*.

Увеличение запаса молекул $_0$ды в объеме прибора позволяет таким образом поддерживать постоянн ∞ их количество в свободном состоянии. Эту же цель преследуют различные способы защиты внутренней поверхности разрядника от воздействия разряда и окисления. Некоторые данные по этому поводу приводятся в следующих параграфах.

Для исследования изменения наполнения может быть использован радиоактивный индикатор [35]. Разрядник, представлявший собой кварцевую трубку, был наполнен радиоактивным изотопом Kr^{85}. За 3000 *час* работы при средней мощности 3 *квт* давление менялось с постоянной скоростью, не зависящей от давления и количества поглощенного газа, от 16 до 2 *мм* рт. ст. Скорость изменения давления возрастала при увеличении мощности. Поскольку скорость жестчения постоянна при заданной мощности, можно, измеряя β-излучение на протяжении короткого промежутка времени, предсказать долговечность прибора.

В. Варианты конструкции входной части раз-

рядников. В [36] приведено описание конструкции и технологии изготовления чашеобразного окна (рис. 6). Такое окно может припаиваться к корпусу разрядника в водородной печи при температуре 800°С. Многократные перепайки окон не вызывают разрушения стекла. В результате появляется возможность хорошего обезгаживания в процессе откачки, чем обеспечивается работа разрядника на большой мощности.

Описание технологии изготовления керамических окон для разрядников приведено в [37]. Помимо возможности пайки твердым припоем, эти окна обладают большей теплостойкостью, чем стеклянные.

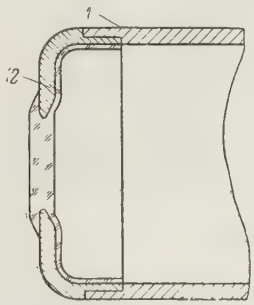


Рис. 6. Чашеобразное окно:

1 — корпус разрядника; *2* — коваровая чашка

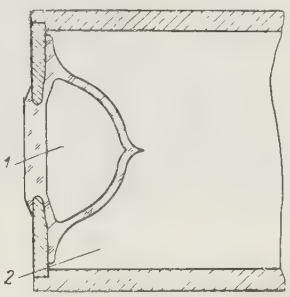


Рис. 7. Капсюльное окно:

1 — область СВЧ-разряда на входном окне; *2* — остальной объем разрядника

В той же работе приведены конструкция и технология изготовления так называемого «капсюльного окна» (см. рис. 7). Вся область разряда на входном окне выделяется здесь в изолированный объем, окруженный со всех сторон стеклом. Применение окон этой конструкции практически полностью исключает такие процессы как распыление металла, окисление стенок и т. п. Вместе с тем, данные о долговечности и максимальной рабочей мощности разрядников с такими окнами отсутствуют. Имеются лишь две работы, в которых были использованы капсюльные окна. В первой из них [38] капсюльное окно заменяет предварительный разрядник в ап с предварительным и высокодобротным разрядником. Во второй работе [39] капсюльное окно использовано в качестве входного в разряднике защиты приемника с одной диафрагмой. Благодаря этому разрядник оказывается с двумя наполнениями: одно (в капсюле) подобрано, исходя из необходимости обеспечения малых потерь в разряде и времени восстановления, второе — в остальной области, в основном с целью получения малой энергии пика.

Дальнейшим развитием идеи локализации разряда явились разрядники-вставки.

Г. Разрядники-вставки. Система активной защиты. На рис. 8, заимствованном из [40], изображены различные типы разрядников-вставок. Разрядники устанавливаются поперек волновода в середине широкой стенки. Как видно из рисунка, разрядник-вставка представляет собой герметизированный разрядный промежуток, который должен совместно со специальной камерой образовывать резонансную систему. В этом смысле разрядники-вставки вполне аналогичны таким высокодобротным разрядникам, как 1В27, 721В и 724В (см. [1]).

Для блокировки передатчика необходим один разрядник типа *4* или *5*, установленный в тройнике вблизи плоскости включения обычного широкополосного разрядника. Разряд на входном окне обычного разрядника заменяется в этом случае СВЧ-разрядом внутри стеклянной трубки. Короткозамыкающая пластина, расположенная за разрядником на определенном расстоянии, обеспечивает отражение мощности от разрядника при приеме.

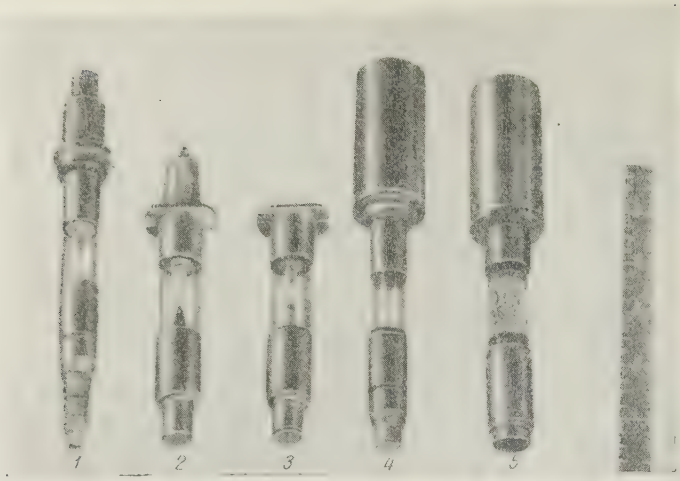


Рис. 8. Разрядники-вставки

В случае разрядника защиты приемника помимо разрядника-вставки типа *4* или *5*, рассчитанного на работу при большой мощности и соответствующего входному окну, используются разрядники-вставки (типы *1*, *2*, *3*), которые заменяют собой резонансные диафрагмы. Настройка на резонансную длину волны достигается введением индуктивных пластин.

Использованием разрядников-вставок достигается следующее.

а) Сборка разрядников значительно упрощается и выполняется «чистыми» методами.

б) Имеется возможность хорошего обезгаживания при откачке, поскольку отсутствуют мягкие припои.

в) Увеличивается долговечность ввиду лучшей экранировки, а также благодаря выделению разряда вспомогательного поджига в отдельный объем.

г) Улучшаются параметры, поскольку компромисс между потерями в разряде и временем восстановления достигается подбором одного наполнения, а компромисс между энергией пика и параметрами низкого уровня — подбором другого наполнения.

д) Достигается быстрая сменяемость разрядника без разъединения волноводного тракта.

е) Одни и те же разрядники могут быть использованы во всем 10-*см* диапазоне; при этом в зависимости от используемого участка диапазона меняются только размеры индуктивных пластин.

ж) Возможность использования той или иной комбинации разрядников-вставок в зависимости от поставленной задачи.

Как видно из рис. 8, разрядник типа *5* заполнен кусочками стеатита ($\varepsilon = 5{,}5$, $\operatorname{tg}\delta = 0{,}0002$), который служит для обеспечения малого времени восстановления вместо паров воды (см. § 4а). Благодаря применению диэлектрика долговечность этого разрядника составляет более 2000 *час* в случае работы в бап при импульсной мощности 2,5 *Мвт* и средней — 3,5 *квт*. Время восстановления по уровню 6 *дб*, измеренное при мощности 1 *Мвт*, составляет 30—40 *мксек*.

В случае, когда необходимо меньшее значение $T_в$, используется разрядник типа *4* ($T_в = 5$ *мксек* при $P_{имп} = 100$ *квт*), наполненный аргоном и парами воды. Рабочая мощность ограничивается при этом величиной 1 *Мвт*.

Несколько иначе выполнен аналогичный разрядник, использовавшийся [41] в мосте с полной связью (см. § 5). Разрядник представляет собой кварцевую трубку, оба конца которой металлизированы (см. рис. 9)

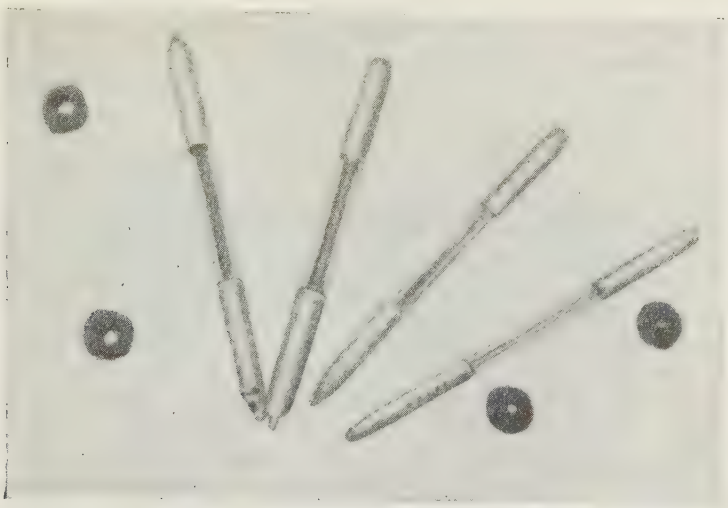


Рис. 9. Разрядники-вставки с металлизацией стекла

Ан, получивший наименование «занавес», состоит из моста с полной вязью, в щель связи которого введено 19 разрядников-вставок (рис. 10), обладает следующими характеристиками в полосе 15%: КСВ $\simeq 1{,}1$, $L \leqslant 0{,}25$ *дб*, $L_{\text{разр}} \leqslant 0{,}3$ *дб* (при $P_{\text{имп}} = 5$ *Мвт*), $T_{\text{в}} = 30 - 50$ *мксек* при $P_{\text{имп}} = 1$ *Мвт*). Такой ап 0-*см* диапазона успешно рабо- ал в течение нескольких часов при $P_{\text{имп}} = 30$ *Мвт* и $P_{\text{ср}} = 18$ *квт* и лительное время при $P_{\text{имп}} = 18$ *Мвт* и $P_{\text{ср}} = 11$ *квт*.

Имеются данные о предвари- ельном разряднике-вставке, имев- лем в щелевом мосте при импуль- ной мощности 800 *квт* и средней ощности 400 *вт* срок службы олее 2000 *час* [42].

Рассмотренные выше разрядни- и-вставки предназначены для оммутации больших мощностей и е обеспечивают защиты приемни- а. Последняя задача выполняется азрядниками типов *1*, *2*, *3* (рис. 8). азрядник типа *3* не имеет элект- ода поджига и служит для пред- арительного уменьшения проса- ивающейся мощности разрядни- ов типа *4* или *5*. По своему поло- ению этот разрядник может быть азван промежуточным.

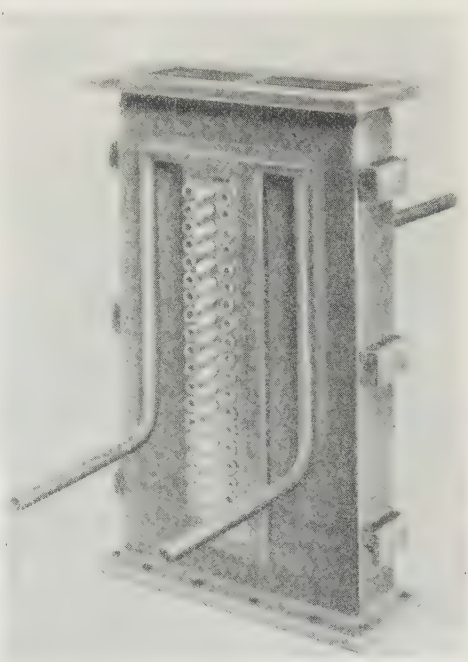


Рис. 10. Антенный переключатель типа «занавес»

Разрядник типа *2* представляет обой импульсный аттенюатор, оздающий затухание 20 *дб* и имею- ий срок службы более 1000 *час*. ногда его называют разрядником активной защиты. Значительный интерес едставляет импульсный аттенюатор [43], возбуждаемый внешним ВЧ-ге- ратором (частота порядка 30 *Мгц*). Отсутствие электрода, введенного утрь прибора, позволяет значительно увеличить долговечность.

Разрядник типа *1* является элементом пассивной защиты и располагается за импульсным аттенюатором. Срок службы этого разрядника чрезвычайно велик, поскольку падающая на него мощность практически равна нулю. В качестве такого разрядника иногда используют рзп обычного типа, наполненный чистым аргоном [44].

В целом система, состоящая из предварительного разрядника-вставки, осуществляющего коммутацию, импульсного аттенюатора и пассивного защитного элемента, получила название системы активной защиты [41]. Система обеспечивает весьма высокую степень защиты, так как импульсный аттенюатор снижает величину энергии пика от импульсов своего передатчика до пренебрежимо малой величины. В случае прихода сигнала помехи в паузе между импульсами передатчика (импульсный аттенюатор не создает затухания, но возникает разряд в пассивном разряднике) энергия пика имеет бо́льшие значения. Учитывая, однако, сравнительно малую частоту прихода сигнала помехи, а также то обстоятельство, что пассивный разрядник наполняется чистым инертным газом и поэтому имеет энергию пика достаточно малой величины, защищенность от импульсов помехи также оказывается удовлетворительной. Наполнение чистым инертным газом возможно ввиду случайности прихода помехи (время восстановления несущественно и не очень велико, так как мала падающая мощность).

Система разрядников-вставок обеспечивала в 10-*см* диапазоне следующие параметры: $\Delta\lambda = 8\%$ (по КСВ = 1,2), $L = 0{,}5$ *дб*, $W_{\text{п}} \leqslant 0{,}2$ *эрг* (от импульса помехи), $W_{\text{п}} \leqslant 0{,}01$ *эрг* (от своего импульса), $T_{\text{в}} \simeq 30$*мксек* (при $P_{\text{имп}} = 100$ *квт*) и срок службы при мощности 2,5 *Мвт* в импульсе — более 1000 *час* [40]. Испытание системы активной защиты в 3-*см* диапазоне [45] показало, что все элементы остались без изменения после 1000 *час* работы. Пассивный разрядник не изменился после 10 000 *час* работы.

Для характеристики надежности работы системы такого типа следует указать, что в серии испытаний на срок службы, общая продолжительность которых составляла 37 000 *час*, было повреждено всего 6 детекторов, причем повреждением считалось ухудшение чувствительности на 1 *дб*.

По-видимому, наиболее эффективными следует считать антенные переключатели, балансная схема которых сочетается с применением системы активной защиты. В таком ап коммутация должна осуществляться той или иной комбинацией трехдецибельных мостов и коммутирующих разрядников-вставок, а защита приемника — системой промежуточного разрядника, пассивного разрядника и импульсного аттенюатора, расположенных в приемном плече. Следует отметить, что создание разрядников-вставок для работы в коротковолновом участке (меньше 3 *см*) сантиметрового диапазона встретит очевидные затруднения. В этом случае система активной защиты может быть выполнена на разрядниках обычной конструкции.

5. СОЗДАНИЕ НОВЫХ ТИПОВ РАЗРЯДНИКОВ И ИЗУЧЕНИЕ ИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Развитием щелевых мостов с трехдецибельной связью явился элемент с полной связью [46]. В элементе с полной связью длина щели увеличена до такой величины, чтобы обеспечить прохождение всей высокочастотной мощности из одного волновода в другой. В ап (рис. 11) щель закрывается стеклянным окном, на котором при передаче возникает высокочастотный разряд. Малые величины $W_{\text{п}}$ и $P_{\text{пр}}$ и частотная характеристика обеспечиваются, как и в обычном разряднике, введением резонансных диафрагм. По данным [46], подобный ап, обеспечивая $W_{\text{п}} \leqslant 0{,}1$ *эрг* и $P_{\text{плч}} \leqslant 30$ *Мвт*, имеет в полосе 10% потери 0,4—0,6 *дб*, т. е. меньше, чем в случае балансного ап со сдвоенными разрядниками. Конструктивной особенностью такого устройства является совмещение в одной конструкции разрядника и антенного переключателя.

Наряду с указанными выше новыми типами разрядников (сдвоенные рзп и разрядник с полной связью) было предложено несколько методов конструирования разрядников, не связанных с развитием щелевых мостов.

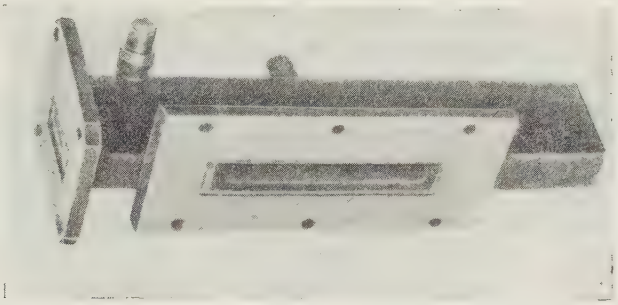


Рис. 11. Антенный переключатель с полной связью

К их числу относится, например, разрядник со стержневой линией [47]. Здесь ВЧ-разряд возникает между стержнями и стенкой волновода (рис. 12). Единственным достоинством этого разрядника является его малая длина; при сохранении всех параметров этот разрядник в 2,5—3,0 раза короче обычного, что особенно существенно для разрядников дециметрового диапазона.

Другим решением вопроса об уменьшении габаритов дециметровых разрядников являются коаксиальные разрядники [2], иллюстрируемые рис. 13, *а* и 13, *б*. Помимо большой компактности, эти разрядники обладают значительно лучшими, чем волноводные, характеристиками на низком уровне мощности. Их применение, однако, несколько ограничивается большими потерями в разряде и просачивающейся мощностью

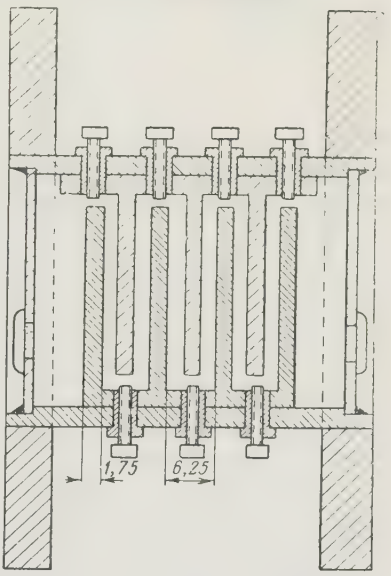


Рис. 12. Разрядник защиты приемника со стержневой линией

С целью расширения рабочей полосы был предложен рбп с электронной настройкой [48] (рис. 14, *а*). В периоды приема, когда на входном окне отсутствует высокочастотный разряд, резонансная частота разрядника определяется его длиной и, следовательно, величиной тока тлеющего разряда, создаваемого внутри. Произведенные оценки позволяют считать, что перестройка разрядника окажется возможной в пределах 20—30%. Может быть предложена также система блокировки передатчика, в которой электрическая перестройка осуществляется изменением тока в катушке (рис. 14, *б*). При этом в результате изменения магнитного поля изменяется электрическая длина участка волновода с ферритом. В обоих случаях вместо предварительного разрядника на входе системы могут использоваться разрядники-вставки. Общим недостатком этих систем является невозможность одновременной работы станции на нескольких частотах. В периоды передачи система работает обычным образом.

Рассмотрению различных вариантов дроссельного крепления разрядника блокировки передатчика посвящена статья [50]. Отмечается, что дроссельное крепление с разъемом в узле высокочастотного тока несмотря на большую сложность в изготовлении обладает значительными преимущест-

вами по сравнению с креплением с разъемом в пучности тока. В [51] предложен дроссельный фланец для крепления разрядников, в котором дроссельные канавки имеют форму радиальной линии. Возможность применения

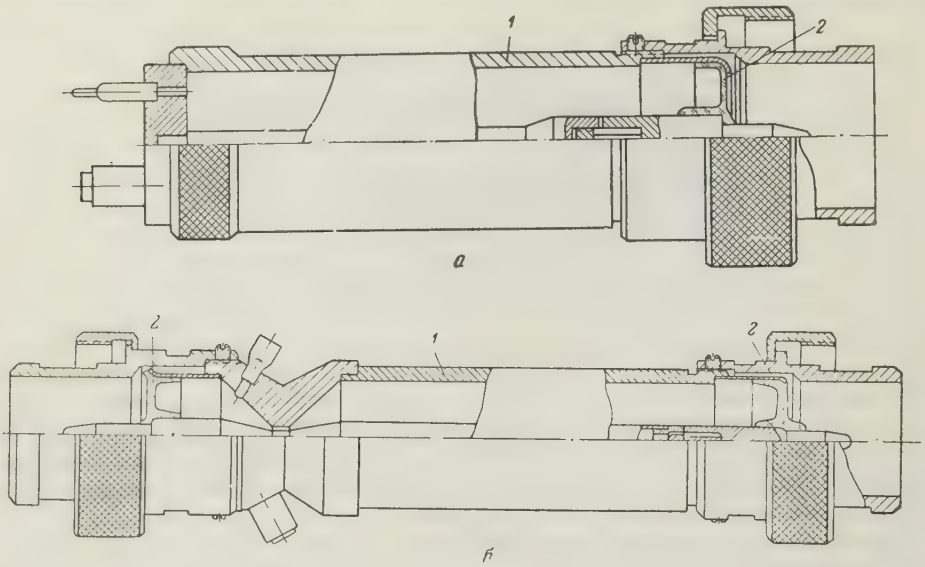


Рис. 13. Коаксиальные разрядники (*а* — *РБП*; *б* — *РЗП*):

1 — корпус; *2* — окно связи

кольцевых резонаторов отмечена в [69], а резонаторов из запредельного волновода — в [52]. В [68] проведен анализ работы системы блокировки передатчика в режиме приема при помощи теории четырехполюсников.

В работах [3, 49] сообщаются сведения о конструкции разрядника-заслонки. Такое наименование получил рзп, настроечные штыри которого могут перемещаться без нарушения вакуума (рис. 15). В нерабочем состоянии штыри задвинуты до упора, образуя короткое замыкание. В результате детектор оказывается защищенным от повреждений случайными импульсами, чем исключается необходимость в специальной заслонке. Для перехода к рабочему состоянию необходимо пропустить ток через катушки, укрепленные на разряднике. Возникающее маг-

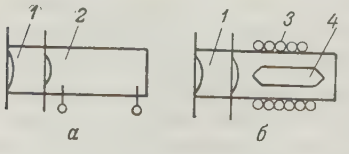


Рис. 14

Рис. 15

Рис. 14. Системы блокировки передатчика с электрической настройкой (*а* — электрическая настройка при помощи тлеющего разряда; *б* — электрическая настройка при помощи феррита):

1 — область СВЧ-разряда; *2* — область тлеющего разряда; *3* — катушка; *4* — феррит

Рис. 15. Разрядник-заслонка

нитное поле отодвигает настроечные штыри, обеспечивая необходимую настройку.

Значительный интерес представляет работа [53], посвященная расчету потерь мощности в окне разрядника, перекрытом высокочастотной плазмой. Предполагается, что в волноводе распространяется только основной тип волны H_{10}, отражением от слоя плазмы можно пренебречь и ток в волноводе не изменяется при включении слоя. В этих предположениях получены выражения для мощности, рассеиваемой в слое плазмы при включении его в узкую и широкую стенки волновода. Отношение этих мощностей записывается в виде

$$\frac{P_{\text{ш ст}}}{P_{\text{узк ст}}} = \frac{2a}{\pi a'}\left\{1 - \cos\frac{\pi a'}{2a} + \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda}\sin\frac{\pi a'}{2a}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}\right\},$$

где a — ширина волновода; a' — ширина слоя плазмы; $\lambda_{\text{кр}}$ — критическая длина волны; λ — длина волны. При достаточном удалении от критической длины волны отношение величин рассеиваемой мощности при включении в широкую и узкую стенки может достигать нескольких единиц. Показано также, что пропорциональность рассеиваемой мощности площади окна имеет место лишь при включении в узкую стенку.

Степень надежности защиты детектора существенно зависит от разброса значений энергии пика от импульса к импульсу. Исследование этого вопроса показало, что энергия пика некоторых импульсов может превышать среднее значение, измеряемое термистером, в 1,5—2,0 раза [54].

6. ИССЛЕДОВАНИЯ ИМПУЛЬСНОГО СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА

Число работ, посвященных изучению газового разряда на сверхвысоких частотах, весьма велико [55]. Однако исследование возникновения сверхвысокочастотного разряда в инертных газах, возбужденного периодически повторяющимися импульсами, было выполнено в самое последнее время. Так, в работах [56—61, 67] развита теория возникновения импульсного разряда в инертных газах на сверхвысоких частотах и проведены эксперименты, результаты которых находятся в хорошем соответствии с теорией. Помимо данных, представляющих чисто физический интерес, упомянутые выше работы содержат ряд результатов, которые могут быть использованы при разработке разрядников, а именно: 1) энергия пика не зависит от падающей мощности; 2) энергия пика и максимальная просачивающаяся мощность не зависят от парциального давления добавляемых к инертному газу небольших (10—20%) количеств паров воды; 3) пользуясь упомянутой выше теорией, можно оценивать изменения в величине энергии пика и минимальной просачивающейся мощности при изменении наполнения, начальной концентрации электронов и режима работы.

Интересные результаты были получены [62] при исследовании пика при помощи сверхскоростного осциллографа. Были определены зависимости мощности пика $P_{\text{п}}$ и его длительности $\tau_{\text{п}}$ от тока поджига и давления различных газов. Так, у высокодобротного разрядника типа 1В24 в отсутствие тока поджига $P_{\text{п}} = 64$ *вт*, $\tau_{\text{п}} = 6 \cdot 10^{-9}$ *сек*. Включение тока поджига уменьшает $P_{\text{п}}$ до 0,3 *вт*, причем эта величина не изменяется при увеличении тока поджига от 9 до 100 *мка*. У широкополосного разрядника типа 5863 при $I_{\text{п}} = 100$ *мка* $P_{\text{п}} = 3{,}6$ *вт* и $\tau_{\text{п}} = 7{,}5 \cdot 10^{-9}$ *сек*.

Оценка величины энергии U и амплитуды смещения X электронов показала, что в отсутствие поджига в высокодобротном разряднике $U = 59$ *эв* и $X = 0{,}16$ *мм*; с поджигом $U = 0{,}3$ *эв*. Зазор между конусами в разряднике 1В24 составлял 0,09 *мм*. Полученные данные позволяют считать, что, по крайней мере, в отсутствие поджига существенную роль в развитии разряда играет вторичная эмиссия электронов с конусов.

Упомянутые выше результаты представляют несомненный практический интерес. Вместе с тем следует отметить отсутствие методики расчета разрядников, учитывающей параметры режима передачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Можно отметить наиболее существенные результаты рассмотренных выше весьма разнообразных работ.

Значительно улучшены характеристики разрядников и антенных переключателей. Особенно большие успехи достигнуты в вопросах увеличения рабочей мощности, долговечности и надежности. В частности, предложены разрядники-вставки; для поддержания времени восстановления используются новые методы резервирования паров воды и диэлектрики. В результате, срок службы разрядников, например по данным [40], превышает 1000 *час* при импульсной мощности 2—5 *Мвт* (в 10-*см* диапазоне). Детальное исследование причин нестабильности работы вспомогательного поджига позволило обеспечить его надежную работу в течение того же времени.

Создано несколько схем балансных антенных переключателей, использующих щелевые мосты и разрядники различных типов. Наибольшее распространение получили в настоящее время бап на щелевых мостах со связью по узкой стенке и сдвоенных разрядниках защиты приемника. Наряду с этим наибольшими преимуществами обладает, по-видимому, бап на рбп.

Предложен новый принцип осуществления защиты приемного устройства, заключающийся в разделении функции рзп между тремя или четырьмя отдельными разрядниками (так называемая система активной защиты). Использование системы активной защиты позволяет значительно повысить надежность работы.

Выполнены теоретическое и экспериментальное исследования процесса возникновения импульсного разряда на сверхвысоких частотах, позволившие получить расчетные значения энергии пика и мощности зажигания, совпадающие с экспериментом. Предложен целый ряд новых конструкций разрядников и способов улучшения их характеристик.

Приведенные результаты показывают, что достигнут значительный прогресс в удовлетворении основных требований к антенным переключателям, возникших в процессе развития радиолокационной техники, к числу которых, в первую очередь, следует отнести увеличение таких параметров, как рабочая мощность, надежность, долговечность и широкополосность.

По-видимому, наиболее перспективным в сантиметровом диапазоне следует считать антенный переключатель балансного типа, в котором применена система активной защиты и использованы разрядники-вставки. Конкретное выполнение антенного переключателя может быть существенно различным в зависимости от величины рабочей мощности, диапазона и возможных специальных требований. Применение подобного антенного переключателя практически ограничивается в области коротких волн 2—3-*см* диапазоном. Следует отметить в связи с этим отсутствие опубликованных работ, посвященных созданию специальных конструкций разрядников и антенных переключателей для миллиметрового диапазона.

В дециметровом диапазоне применение разрядников-вставок представляется особенно целесообразным. Использование же бап будет, по-видимому, затрудняться их относительной громоздкостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антенные переключатели, перев. под ред. Р. И. Перец, Изд. Советское радио, 1950.
2. Д. Я. Ашкенази, Н. Ф. Кудян, Б. Б. Лаговьер, С. И. Ребров, Тр. НИИ МРТН, 1957, 4 (40), 3.
3. M. Roberts, Le Vide, 1957, 12, 67, 182.

4. H. Riblet, Proc. I. R. E., 1952, **40**, 2, 180.
5. C. Jones, IRE Trans., 1957, MTT-5, 1, 4.
6. P. Lomera. oth., Proc. I. E. E., PB, 1957, **104**, 15, 264.
7. J. Sutherland, Electr. Engng, 1956, **28**, 345, 464.
8. D. Reverdin, L'onde' electrique, 1957, **37**, 360, 282.
9. H. Heins, Electronics, 1954, **27**, 8, 149.
10. L. Milosevic, Le Vide, 1957, **12**, 67, 109.
11. W. Mumford, Bell System Techn. J., 1948, **27**, 4, 684.
12. R. Fano, J. Franklin Inst., 1950, 1, 57.
13. H. W. Bode, J. Franklin Inst., 1950, 2, 139.
14. Л. Р. Явич, Тр. НИИ МРТП, 1957, 3 (39), 70.
15. Л. Р. Явич, Радиотехника и электроника, 1958, **3**, 1, 94.
16. Л. Р. Явич, Сб. Электроника, 1958, 3, 80.
17. Б. Е. Рубинштейн, Радиотехника, 1958, 7, 25.
18. А. М. Старик, Г. В. Яковлева, Радиотехника и электроника, 1958, **3**, 11, 1384.
19. J. C. French, J. Res. Nat. Bur. Standards, 1950, 45, 4.
20. T. Bridges, P. Hawkins, D. Walsh, Proc. I. R. E., 1956, **44**, 4, 535.
21. D. Walsh, Brit. J. Appl. Phys., 1956, **7**, 1, 31.
22. L. Gould, Proc. I. R. E., 1957, 45, 4, 530.
23. J. D. Hall, P. E. Gates, Ceramic Age, 1955, **65**, 1, 19.
24. Г. Н. Голубчин, А. М. Старик, ЖТФ, 1957, **27**, 9, 2089.
25. R. Jean, Le Vide, 1957, **12**, 65, 362.
26. H. Margenau a.oth., Phys. Rev., 1946, **70**, 5, 6, 349.
27. M. Fiske, Rev. Scient. Instrum., 1946, **17**, 11, 478.
28. А. М. Старик, Сб. Электроника, 1958, 2, 87.
29. D. Walsh, J. Electronics, 1956, **1**, ser. 1, 4, 444.
30. Д. Я. Ашкенази, Н. Ф. Кудян, Сб. Электроника, 1958, 4, 62.
31. N. L. Harris, Wireless World, 1949, **LV**, 2,80.
32. A. Avakian, M. Carncrose, IRE Trans., 1956, **ED-3**, 2, 109.
33. J. Boissiere, C. Rmiguere, Le Vide, 1957, **12**, 67, 93.
34. T. L. Dutt, W. L. Moore, Proc. I. E. E., PB, 1958, **105**, suppl. 10,492.
35. D. W. Downton, Proc. I. E. E., PB, 1958, **105**, suppl. 10,485.
36. E. Edwards, K. Garoff, Rev. Scient. Instrum., 1950, **21**, 9, 787.
37. I. Reingold, E. Edwards, Ceramic Age, 1955, **65**, 6, 17.
38. I. Reingold, J. Carter, Convent. Rec. I. R. E., 1957, 5, p. 3, **71**.
39. L. Gould, IRE Trans., 1957, **ED-4**, 4, 300.
40. T. L. Dutt, Le Vide, 1957, **12**, 67, 117.
41. L. Milosevic, Le Vide, 1957, **12**, 67, 109.
42. A. B. Parker, Proc. I. E. E., PB, 1958, **105**, suppl. 10,488.
43. P. D. Lomer, R. H. O' Brien, Proc. I. E. E., PB, 1958, **105**, suppl. 10,500.
44. P. D. Lomer, Proc. I. E. E., PB, 1958, **105**, suppl. 10,508.
45. P. O. Hawkins, Proc. I. E. E., PB, 1958, **105**, suppl. 10,505.
46. R. Jean, D. Reverdin, Ann. radioélectr., 1956, **11**, 44, 165.
47. D. Reverdin, Le Vide, 1956, 12, 65, 352.
48. А. М. Старик, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 7, 1124.
49. R. Braden, IRE Trans., 1956, **ED-3**, 2, 109.
50. И. В. Лебедев, Тр. НИИ МРТП, 1955, 5.
51. В. П. Беляев, Сб. Электроника, 1958, 2, 118.
52. И. В. Лебедев, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 10, 1303.
53. И. В. Лебедев, Тр. МЭИ, 1956, 18, 369.
54. В. П. Беляев, Сб. Электроника, 1958, 5, 56.
55. В. Е. Голант, Успехи физ. наук, 1958, LXV, 1, 39.
56. В. Е. Голант, ЖТФ, 1957, **27**, 4, 756.
57. В. Е. Голант, ЖТФ, 1957, **27**, 4, 772.
58. В. Е. Голант, ЖТФ, 1957, **27**, 9, 2071.
59. В. Е. Голант, ЖТФ, 1957, **27**, 7, 1482.
60. В. Е. Голант, Тр. НИИ МРТП, 1957, 1 (37), 43.
61. Т. С. Абрамова, В. Е. Голант, ЖТФ, 1958, **28**, 5, 1096.
62. A. A. Daugal, L. Goldstein, IRE Trans., 1956, **ED-3**, 3, 142.
63. A. Regeffe, Le Vide, 1957, **12**, 65, 377.
64. Belboach, Bricon, Le Vide, 1957, **12**, 65, 373.
65. В. Е. Голант, М. Я. Мандельштам, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 4, 660.
66. P. D. Lomer, P. M. O' Brien, IRE Trans., 1958, MTT-**6**, 3, 264.
67. В. Е. Голант, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1959, **23**, 8, 952.
68. С. И. Ребров, Сб. Электроника, 1959, 1, 3.
69. Б. Б. Лаговьер, Сб. Электроника, 1959, 2, 21

Поступила в редакцию
6 V 1959
После переработки
10 X 1959

1960 № 7

К ТЕОРИИ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ИСКАЖЕНИЙ ПРИ ДАЛЬНЕМ ТРОПОСФЕРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ УКВ

А. В. Просин

Рассмотрена методика расчета перекрестных шумов, возникающих в многоканальных системах дальней связи с частотной модуляцией и уплотнением каналов по частоте из-за взаимодействия в месте приема постоянного и рассеянного полей.

ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные экспериментальные исследования дальнего тропосферного распространения УКВ показали, что поле в месте приема представляет собой совокупность постоянного и рассеянного полей. Соотношение между интенсивностями постоянной и рассеянной компонент меняется в зависимости от сезона и времени суток. Например, в летние месяцы утром и вечером интенсивность постоянной компоненты значительно превышает интенсивность рассеянной волны. В дневные часы бóльшую часть времени наблюдается обратная картина. При частотной модуляции в результате взаимодействия этих волн возникнут перекрестные искажения в каналах связи, которые будут ограничивать пропускную способность тропосферных линий.

В настоящей работе приведена методика расчета перекрестных искажений, возникающих в системах дальней связи с частотной модуляцией при наличии в месте приема постоянного поля и поля рассеянных волн.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Если по линии связи с дальним тропосферным распространением УКВ передавать высокочастотное колебание

$$E_{\text{пер}} = E_m \cos [\omega_0 t + \Delta\omega_m S(t)], \tag{1}$$

где $S(t) = \int U(t)\,dt$; $U(t)$ — многоканальное сообщение [1]; $\Delta\omega_m$ — максимальная угловая девиация частоты, то на входе приемника в общем случае будет действовать сигнал

$$E_{\text{пр}} = E_0 \sqrt{2} V_n \cos [\omega_0 t + \Delta\omega_m S(t - \tau_{\text{зп}}) - \omega_0 \tau_{\text{зп}} - \theta_{\text{п}}] + \\ + E_0 \sqrt{2} \frac{dk^2}{4\pi} \int_V \frac{\Delta\varepsilon(\Delta V, t)}{R_{11} R_{22}} f'_{\text{пер}}(\alpha, \beta) f'_{\text{пр}}(\alpha, \beta) \times \\ \times \cos [\omega_0 t + \Delta\omega_m S(t - \tau_{\text{зр}}) - \omega_0 \tau_{\text{зр}}]\,dV, \tag{2}$$

где первый член представляет собой постоянную компоненту, а второй — рассеянную компоненту.

В выражении (2) введены следующие обозначения: E_0 — эффективное значение напряженности поля в свободном пространстве; $V_{\text{п}}$ — множитель ослабления по напряжению постоянной компоненты; $\tau_{\text{зп}}$ и $\tau_{\text{зр}}$ — времена запаздывания соответственно волны постоянной интенсивности и волны, рассеянной элементом объема рассеяния, по сравнению со временем запаздывания луча, прошедшего наиболее короткий путь A_1bA (рис. 1); $\theta_{\text{п}}$ — дополнительная фаза постоянной волны (например, при

отражении — фаза коэффициента отражения); d — длина трассы; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина излучаемой волны; $\Delta\varepsilon(\Delta V, t)$ — отклонение диэлектрической проницаемости от ее среднего значения в данной точке пространства (является случайной функцией координат и времени); $f'_{\text{пер}}(\alpha, \beta)$ и $f'_{\text{пр}}(\alpha, \beta)$ — характеристики направленности по напряжению соответственно передающей и приемной антенн; β — угол в горизонтальной плоскости, отсчитываемый от вертикальной плоскости, проходящей

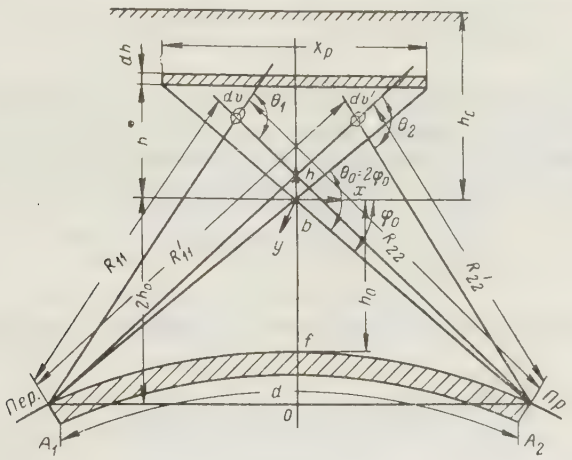


Рис. 1

через передатчик и приемник (плоскость большого круга); α — угол в плоскости большого круга, который отсчитывается от оси антенн; R_{11} — расстояние от передатчика до элемента рассеивающего объема; R_{22} — расстояние от элемента рассеивающего объема до приемника; V — объем рассеяния.

Преобразуя (2), получим

$$E_{\text{пр}} = E_0 V_{\text{п}} \sqrt{2}\sqrt{(1 + A(t))^2 + B^2(t)}\cos[\omega_0 t + \Delta\omega_m S(t) - \psi(t)], \qquad (3)$$

$$A(t) = \frac{1}{V_n}\frac{dk^2}{4\pi}\int_V \frac{\Delta\varepsilon(\Delta V, t)}{R_{11}R_{22}} f'_{\text{пер}}(\alpha, \beta) f'_{\text{пр}}(\alpha, \beta)\cos\{(\omega_0 T_{\text{з}} + \theta_{\text{п}}) + \Delta\omega_m[S(t) - S(t - T_{\text{з}})]\}\, dV, \qquad (4)$$

$$B(t) = \frac{1}{V_n}\frac{dk^2}{4\pi}\int_V \frac{\Delta\varepsilon(\Delta V, t)}{R_{11}R_{22}} f'_{\text{пер}}(\alpha, \beta) f'_{\text{пр}}(\alpha, \beta)\sin\{(\omega_0 T_{\text{з}} + \theta_{\text{п}}) + \Delta\omega_m[S(t) - S(t - T_{\text{з}})]\}\, dV, \qquad (5)$$

$$\psi(t) = \operatorname{arc\,tg}\frac{B(t)}{1 + A(t)}, \qquad (6)$$

$$T_{\text{з}} = \tau_{\text{зп}} - \tau_{\text{зр}}. \qquad (7)$$

Из рис. 1 следует, что время задержки

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{hd}{cR_{\text{э}}}\left(1 + \frac{2hR_{\text{э}}}{d^2}\right) \simeq \frac{hd}{cR_{\text{э}}}, \qquad (8)$$

где h — высота элементарного объема рассеяния над точкой пересечения касательных к поверхности Земли плоскостей, проведенных из передатчика и приемника (точка b на рис. 1); c — скорость распространения электромагнитной энергии в свободном пространстве; $R_{\text{э}}$ — эффективный радиус Земли, учитывающий нормальную атмосферную рефракцию.

При относительно небольшой величине $\tau_{зп}$ ее можно также определять по формуле (8). В случае отражения в (8) следует положить $h = h_c$, где h_c — высота слоя (рис. 1), причем при $h_c > h_0$, где $h_0 = d^2/8R_э$, необходимо пользоваться точным выражением для $\tau_{зп}$, а при $h_c \leqslant h_0$ — приближенным.

При воздействии на вход приемника колебания (3) на выходе идеального частотного детектора будем иметь

$$U_{вых}(t) = U(t) - \frac{1}{\Delta\omega_m}\frac{d\psi(t)}{dt} = U(t) - \varepsilon(t). \tag{9}$$

Из последнего выражения следует, что $\varepsilon(t)$ представляет собой продукты нелинейных искажений, которые обуславливают переходные шумы в телефонных каналах. Мощность перекрестных шумов согласно спектральному методу расчета [1] будет определяться следующим образом:

$$P_{шт} = 10^9 \frac{K_п^2 W_\varepsilon(\Omega_к)\,\Delta F_к}{R_к}\, nвт, \tag{10}$$

где энергетический спектр и функция корреляции перекрестных помех равны

$$W_\varepsilon(\Omega) = 4\int_0^\infty \psi_\varepsilon(\tau)\cos\Omega\tau d\tau, \tag{11}$$

$$\psi_\varepsilon(\tau) = \overline{\varepsilon(t)\,\varepsilon(t+\tau)} = \frac{1}{\Delta\omega_m^2}\frac{d\psi(t)}{dt}\frac{d\psi(t+\tau)}{dt}. \tag{12}$$

В (10) — (12) $K_п$ — псофометрический коэффициент; $\Delta F_к$ — ширина полосы телефонного канала; $\Omega_к$ — средняя угловая частота канала в линейном спектре $U(t)$; $R_к$ — сопротивление нагрузки канала. В (12) необходимо отбросить когерентную часть искажений, не создающую переходных шумов в телефонных каналах.

2. ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ПОМЕХ

Функцию корреляции (12) при учете (4) — (6) можно определить из выражения

$$\psi_\varepsilon(\tau) = \frac{1}{\Delta\omega_m^2}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}}_{8\text{ раз}}\frac{[1+A(t)]B'(t) - B(t)A'(t)}{[1+A(t)]^2 + B^2(t)} \times$$

$$\times \frac{[1+A(t+\tau)]B'(t+\tau) - A'(t+\tau)}{[1+A(t+\tau)]^2 + B^2(t+\tau)} W[A(t),\ A(t+\tau),\ A'(t),$$

$$A'(t+\tau),\ B(t),\ B(t+\tau),\ B'(t),\ B'(t+\tau)]\,dA(t)\ldots dB'(t+\tau), \tag{13}$$

где $W[\ ]$ — функция распределения восьмого порядка.

В подынтегральных выражениях (4) и (5) фазы отдельных элементарных компонент рассеяния изменяются от нуля до сотен π. Будем полагать, как неоднократно отмечалось в литературе, что отклонение диэлектрической проницаемости от ее среднего значения подчиняется нормальному закону распределения вероятностей. Тогда, рассматривая интегралы в (4) и (5) как пределы сумм и учитывая вышесказанное относительно фазы отдельных компонент рассеяния и характера распределения $\Delta\varepsilon(\Delta V, t)$, можно считать, что случайные функции $A(t)$ и $B(t)$ следуют нормальному закону распределения. В дальнейшем будет показано, что $A(t)$ и $B(t)$ некоррелированы. Следовательно, в (13) $W[\ ]$ — нормальная функция распределения восьмого порядка, которая в силу некоррелированности $A(t)$ и $B(t)$

будет равна произведению двух нормальных функций распределения четвертого порядка. Вычисление (13) при выполнении вышеуказанных условий проведено в [2]. Для нашего случая выражение для функции корреляции запишется следующим образом:

$$\psi_\varepsilon(\tau) = \frac{1}{\Delta\omega_m^2}\frac{R'^2(\tau)}{2k^2(\tau)}\left\{\left[1 - 2\frac{\exp(-\gamma)}{1-R(\tau)} + \frac{1+R(\tau)}{1-R(\tau)}\exp\left(-\frac{2\gamma}{1+R(\tau)}\right)\right] + \right.$$

$$+ \exp\left(\frac{\gamma}{R(\tau)}\right)\left[1 - \frac{\gamma}{R(\tau)} - \frac{R''(\tau)R(\tau)}{k'^2(\tau)}\right] \times$$

$$\left. \times \left[2Ei\left(\gamma\frac{1-R(\tau)}{R(\tau)}\right) - Ei\left(\frac{\gamma}{R(\tau)}\right) - Ei\left(\frac{\gamma}{R(\tau)}\frac{1-R(\tau)}{1+R(\tau)}\right)\right]\right\}, \qquad (14)$$

где $\gamma = V_\text{п}^2/V_\text{р}^2$; $V_\text{р}$ — множитель ослабления по напряжению рассеянной компоненты; $Ei(z)$ — интегральная показательная функция аргумента z; $R(\tau)$, $R'(\tau)$, $R''(\tau)$ — коэффициент корреляции и его производные по времени (τ). При указанных свойствах $A(t)$ и $B(t)$

$$R(\tau) = R_{AA}(\tau) = \frac{\psi_{AA}(\tau)}{\psi_{AA}(0)}. \qquad (15)$$

Рассмотрим два частных случая.

Для малых γ

$$Ei(z) = C + \ln(z) + \frac{z}{1\cdot 1!} + \frac{z^2}{2\cdot 2!} + \ldots + \frac{z^n}{n\cdot n!} + \ldots, \qquad (16)$$

где C — эйлерова постоянная. При чисторассеянном распространении УКВ, т. е. при $\gamma \to 0$, формула (14) при учете (16) переходит в следующее выражение:

$$\psi_\varepsilon(\tau) = \frac{1}{2\Delta\omega_m^2}[R'^2(\tau) - R''(\tau)R(\tau)]\frac{\ln[1-R^2(\tau)]}{R^2(\tau)}. \qquad (17)$$

В другом крайнем случае, для больших γ

$$Ei(z) = \frac{e^z}{z}\left(1 + \frac{1!}{z} + \frac{2!}{z^2} + \ldots\right) \qquad (18)$$

и, следовательно,

$$\psi(\tau) \simeq \frac{1}{2\Delta\omega_m^2}\left\{\frac{R''(\tau)}{\gamma} - \frac{1}{\gamma^2}[R'^2 + R''(\tau)R(\tau)] - \ldots\right\}. \qquad (19)$$

При $\gamma \geqslant 5$ можно в фигурных скобках (19) ограничиться лишь первым членом разложения.

Функция корреляции $\psi_{AA}(\tau)$ величины $A(t)$ согласно (4) и (15) будет пропорциональна:

$$\psi_{AA}(\tau) \sim M\left\{\int_V\int_{V'}\frac{\Delta\varepsilon(\Delta V, t)\,\Delta\varepsilon[\Delta V', (t+\tau)]}{R_{11}R_{22}R'_{11}R'_{22}} f'_\text{пер}(\alpha,\beta) f'_\text{пр}(\alpha,\beta) \times \right.$$

$$\times f''_\text{пер}(\alpha,\beta) f''_\text{пр}(\alpha,\beta)\cos\{(\omega_0 T_\text{з} + \theta_\text{п}) + \Delta\omega_m[S(t) - S(t - T_\text{з})]\} \times$$

$$\left. \times \cos\{(\omega_0 T'_\text{з} + \theta_\text{п}) + \Delta\omega_m[S(t+\tau) - S(t+\tau-T'_\text{з})]\}\, dV dV'\right\}, \qquad (20)$$

где величины со штрихом (рис. 1) относятся к соседней точке пространства.

Для упрощения (20) будем полагать следующее.

1. Изменение неоднородностей с течением времени происходит лишь за счет турбулентности. Тогда [3]

$$\overline{\Delta\varepsilon(\Delta V, t)\,\Delta\varepsilon[\Delta V', (t+\tau)]} = \overline{(\Delta\varepsilon)^2}\, B_\text{н}(\rho) B_\text{н}(\tau), \qquad (21)$$

где $B_н(\rho)$ и $B_н(\tau)$ — пространственный и временной коэффициенты корреляции диэлектрической проницаемости тропосферы; $(\Delta\varepsilon)^2$ — интенсивность флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха; ρ — расстояние между двумя точками в турбулентном потоке, в которых рассматриваются пульсации диэлектрической проницаемости. При выполнении (21) коэффициент корреляции огибающей сигнала совпадает с коэффициентом $B_н(\tau)$.

2. Зависимость между пульсациями диэлектрической проницаемости наблюдается при условии $\rho \leqslant l$, l — средний размер турбулентных неоднородностей.

3. Относительные времена задержки элементарных лучей, рассеянных какой-либо неоднородностью, вследствие сравнительно небольшого размера турбулентных неоднородностей диэлектрической проницаемости воздуха, равны между собой, и взаимно корреляционные члены перекрестных искажений, обусловленные этими лучами, равны нулю.

4. В пределах данной турбулентной неоднородности

$$R_{11} \simeq R'_{11}, \quad R_{22} \simeq R'_{22}, \quad f'_{пер}(\alpha, \beta) \simeq f''_{пер}(\alpha, \beta), \quad f'_{пр}(\alpha, \beta) \simeq f''_{пр}(\alpha, \beta).$$

Тогда, учитывая свойства многоканального сообщения [1], получим

$$\psi_{AA}(\tau) \sim B_н(\tau) \int_V \psi_z(\tau, T_з) \frac{f_{пер}(\alpha, \beta) f_{пр}(\alpha, \beta)}{R_{11}^2 R_{22}^2} \sigma dV +$$

$$+ B_н(\tau) \cos 2\theta_п \int_V \psi_{z_1}(\tau, T_з) \frac{f_{пер}(\alpha, \beta) f_{пр}(\alpha, \beta)}{R_{11}^2 R_{22}^2} \sigma \cos(2\omega_0 T_з) dV, \qquad (22)$$

где σ – эффективное сечение рассеяния (коэффициент рассеяния); $f_{пер}(\alpha, \beta)$, $f_{пр}(\alpha, \beta)$ — характеристики направленности по мощности соответственно передающей и приемной антенн;

$$\psi_z(\tau, T_з) = \overline{\cos\{\Delta\omega_m [S(t) - S(t - T_з) - S(t + \tau) + S(t + \tau - T_з)]\}}; \quad (23)$$

$$\psi_{z_1}(\tau, T_з) = \overline{\cos\{\Delta\omega_m [S(t) - S(t - T_з) + S(t + \tau) - S(t + \tau - T_з)]\}}. \quad (24)$$

Подынтегральное выражение второго слагаемого в (22) есть произведение медленно меняющейся функции на весьма быстро меняющуюся функцию. Оценка показала, что при выполнении неравенства

$$d^3 \geqslant \frac{4}{\pi} \lambda R_э^2 \qquad (25)$$

второй интеграл в (22) весьма мал по сравнению с первым и его можно отбросить. Этому также способствует то обстоятельство, что второй интеграл (22) умножается на $\cos 2\theta_п$ и что $\psi_{z_1}(\tau, T_з)$ всегда обусловливает меньшую величину перекрестных шумов, чем функция $\psi_z(\tau)$ [1].

Аналогичным образом можно показать, что для любых τ

$$\left.\begin{aligned} \overline{A(t) A(t + \tau)} &= \overline{B(t) B(t + \tau)}, \\ \overline{A(t) B(t + \tau)} &= \overline{A(t + \tau) B(t)} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Следовательно, наше предположение относительно некоррелированности $A(t)$ и $B(t)$ справедливо.

Таким образом, первое слагаемое (22) является исходным выражением для расчета перекрестных искажений. Оно устанавливает в общем виде зависимость переходных помех от статистических характеристик тропосферы, параметров многоканального сообщения и характеристик системы дальней связи.

3. МОЩНОСТЬ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ШУМОВ

В общем случае интегралы (11) и (22) не выражаются через элементарные функции, и их решение можно найти лишь путем численного интегрирования. Однако для некоторых частных случаев это интегрирование удается провести в конечном виде. В дальнейшем для иллюстрации приведенного метода расчета мы определим мощность перекрестных шумов для случая, когда интенсивность постоянной компоненты поля значительно больше интенсивности рассеянной компоненты. Этот случай весьма часто наблюдается при дальнем тропосферном распространении УКВ, например, вследствие сверхрефракции или в результате возникновения мощных отражающих слоев в тропосфере.

Ограничиваясь при $\gamma \geqslant 5$ первым членом разложения в (19) и используя теорему о спектре производной случайной функции, получим

$$W_{\varepsilon}(\Omega) = \frac{\Omega^2}{\Delta\omega_m^2} \frac{Kd^2}{V_{\text{п}}^2} \int_V G \frac{f_{\text{пер}}(\alpha, \beta) f_{\text{пр}}(\alpha, \beta)}{R_{11}^2 R_{22}^2} \sigma dV, \tag{27}$$

$$G = \frac{1}{\Omega_2} 2 \int_0^{\infty} \phi_z'(\tau_1, T_3) \cos b\tau_1 d\tau_1, \tag{28}$$

где K — коэффициент, учитывающий отражение радиоволн от поверхности Земли; $b = \Omega / \Omega_2$; $\tau_1 = \Omega_2 \tau$; ϕ_z' $(\tau_1, \quad T_3)$ — функция корреляции (23), у которой отброшена когерентная часть искажений; $\Omega_2 = 2\pi F_2$ (F_2 — верхняя граничная частота линейного спектра $U(t)$). При выводе (27) мы отбросили в (22) функцию $B_{\text{п}}(\tau)$, которая определяет искажения, возникающие в отсутствие полезной модуляции. Это можно сделать потому, что функция $B_{\text{п}}(\tau)$, которая исследовалась экспериментально, по сравнению с функцией $\phi_z(\tau, T_3)$ весьма медленно изменяется с увеличением τ.

При определении мощности перекрестных помех ограничимся случаем ориентации осей антенн на горизонт. Произведение характеристик направленности антенн в вертикальной плоскости, как и в [4], будем аппроксимировать выражением

$$f_{\text{пер}}(\alpha) f_{\text{пр}}(\alpha) = \exp\left\{-1{,}38\left(\frac{h}{h_1}\right)^2\right\}, \tag{29}$$

$$h_1 = \frac{\alpha_0 d}{4}, \tag{30}$$

где α_0 — угловая ширина диаграмм направленности антенн в вертикальной плоскости между точками полозинной мощности.

Выражение для коэффициента рассеяния согласно [5] будет равно

$$\sigma = \frac{\Gamma(p + 1{,}5)}{2^{2p}\pi^{2p-0{,}5}\Gamma(p)} \overline{(\Delta\varepsilon)^2} \sin^2 \chi_1 \frac{\lambda^{2p-1}}{\theta^{2p+3} l^{2p}}, \tag{31}$$

где Γ — гамма-функция; θ — угол рассеяния; χ_1 — угол, учитывающий влияние поляризации радиоволн; p — индекс обобщенной функции корреляции диэлектрической проницаемости воздуха. Будем полагать, что интенсивность флуктуаций $\overline{(\Delta\varepsilon)^2}$ изменяется с высотой по закону

$$\overline{(\Delta\varepsilon)^2} = \frac{C_1}{(h_0 + h)^{n_1}}, \tag{32}$$

где n_1 — показатель спадания интенсивности турбулентных неоднородностей с высотой; C_1 — коэффициент пропорциональности (величина $\overline{\Delta\varepsilon)^2}$ на высоте 1 *км* над поверхностью Земли). Сравнение теории с экспе-

риментом показывает, что в первом весьма грубом приближении $p = 1$ и $n_1 = 2$. В реальной турбулентной атмосфере эти величины изменяются в значительных пределах, поэтому желательно получить решение в общем виде для различных p и n_1.

В [1] в общем виде проинтегрировано выражение (28). Однако его использование при определении (27) затруднено. Поэтому при вычислении (27) воспользуемся выражениями для G, полученными в [6]. Ниже дана сводка формул для мощности перекрестных шумов, которые были получены на основании (10) и (27) для различных G. При вычислении (27) была использована методика интегрирования [4], при которой интегрирование по объему сводится к интегрированию по высоте.

1. При $AU^2 \leqslant 1$ и $U \leqslant 1$, где $A = m_{mэ}^2$; $U = \Omega_2 T_з$; $m_{mэ} = \Delta f_{mэ}/F_2$ —

эффективный индекс модуляции; $\Delta f_{mэ} = \Delta f_к e^{b_{ср}}$ — эффективная девиация частоты; $\Delta f_к$ — эффективная девиация частоты на канал ($\Delta f_к = 200$ *кгц* согласно [7]); $b_{ср}$ — разность в неперах между уровнем мощности всех каналов и измерительным уровнем одного канала [7]; спектр

$$G = \frac{\pi (m_{mэ}\Omega_2 T_з)^4 (2 - b)}{4\Omega_2} \text{ при } 0 \leqslant b \leqslant 2. \tag{33}$$

Мощность перекрестных шумов в точке с нулевым относительным уровнем будет равна:

$$P_{шт} = 1{,}95 \cdot 10^{11} K_п^2 \frac{\Delta F_к F_2}{\Delta f_к^2} \left(\frac{V_р}{V_п}\right)^2 (\tau_{зп}\Delta f_{mэ})^4 \frac{f_1(X_2)}{f_1(X_1)} b_1^2 (2 - b_1), \tag{34}$$

$$V_р^2 = Kd^2 \int_V \frac{f_{пер}(\alpha, \beta) f_{пр}(\alpha, \beta)}{R_{11}^2 R_{12}^2} \sigma dV = \frac{2^{(3n-2p-1)} \Gamma(p + 1{,}5)}{2{,}76\pi^{(2p-0,5)} \Gamma(p)} \sqrt{2^{\frac{2}{(2p+3)}} - 1} \times$$

$$\times \frac{C_1 K \lambda^{(2p-1)} R_э^{(2p+n+1)}}{l^{2p} d^{2(p+n)}} \left(\frac{\alpha_0}{\varphi_0}\right)^2 f_1(X_1), \tag{35}$$

$$f_1(X) = \left\{1 - \sqrt{\frac{\pi}{5{,}52}} X e^{\frac{1}{5,52}X^2} \left[1 - \Phi\left(\frac{X}{\sqrt{2{,}76}}\right)\right]\right\}, \tag{36}$$

$$\Phi(Z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \; X_1 = (1 + p + 0{,}5\, n_1)\frac{\alpha_0}{\varphi_0}, \tag{37}$$

$$X_2 = \left(1 + p + 0{,}5\, n_1 + 5{,}12 \frac{\tau'_{зр}}{\tau_{зп}}\right)\frac{\alpha_0}{\varphi_0}, \quad \tau'_{зр} = \frac{h_0 d}{C R_э}, \tag{38}$$

где $\varphi_0 = \theta_0/2 = d/2R_э$ (θ_0 — нулевой угол рассеяния); $b_1 = \Omega_к/\Omega_2$. График функции $f_1(X)$ представлен на рис. 2.

Формула (34) справедлива при $\Omega_2 \tau_{зп} \leqslant 1$, $\tau_{зп}/\tau'_{зр} \geqslant 1$ и $\alpha_0/\varphi_0 \leqslant 1{,}5$. При ее выводе полагалось [1], что

$$R_к = \psi_U(0) e^{-2(b_{ср}+b_к)}, \quad \Delta\omega_{mэ}^2 = \Delta\omega_m^2 \psi_U(0), \tag{39}$$

где $\psi_U(0)$ — средняя мощность многоканального сообщения $U(t)$; $b_к$ — нормальный измерительный уровень на выходе канала (формула (34) получена при $b_к = 0$); $\Delta\omega_{mэ} = 2\pi\Delta f_{mэ}$.

Из (34) следует, что наибольшая мощность перекрестных шумов будет в канале с частотой $\Omega_к = \frac{4}{3}\Omega_2$. Поэтому расчет по формуле (34) следует производить для самого верхнего канала, т. е. для $b_1 = 1$.

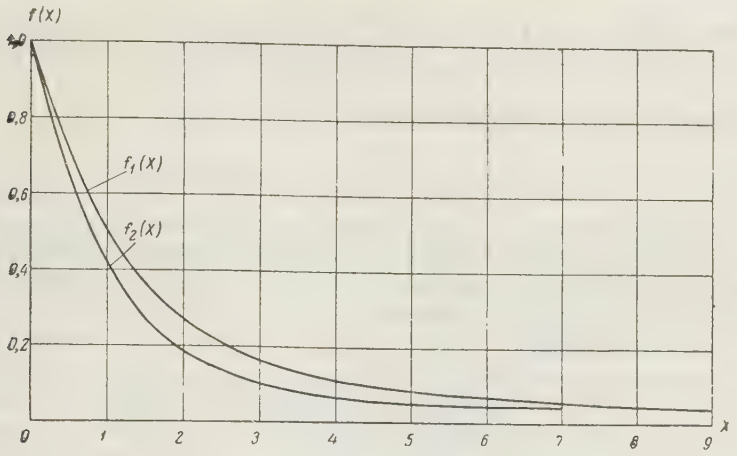


Рис. 2

2. При $A \geqslant 1$ и $U \geqslant 1$ спектр

$$G = \frac{\sqrt{\pi}}{\Omega_2 m_{m\text{э}}} \exp\left\{-\left(\frac{b}{2m_{m\text{э}}}\right)^2\right\} \qquad (40)$$

и мощность перекрестных шумов будет равна

$$P_{\text{шт}} = 10^9 K_{\text{п}}^2 \frac{\Delta F_{\text{к}}}{F_2} e^{2(b_{\text{ср}}+b_{\text{к}})} \left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^2 \left(\frac{\Omega_{\text{к}}}{\Delta\omega_{m\text{э}}}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \times$$
$$\times \frac{\Omega_2}{2\Delta\omega_{m\text{э}}} \exp\left\{-\frac{1}{4}\left(\frac{\Omega_{\text{к}}}{\Delta\omega_{m\text{э}}}\right)^2\right\}. \qquad (41)$$

Анализ (41) показывает, что наибольшая мощность перекрестных шумов будет в канале с частотой $\Omega_{\text{к}} = 2\Delta\omega_{m\text{э}}$. Поскольку эта формула справедлива при $m_{m\text{э}} \geqslant 1$, расчет переходных помех следует проводить для верхнего канала, т. е. для $\Omega_{\text{к}} = \Omega_2$. Тогда мощность перекрестных шумов в точке $b_{\text{к}} = 0$ будет равна

$$P_{\text{шт}} = \frac{10^9}{2\sqrt{\pi}} K_{\text{п}}^2 \frac{\Delta F_{\text{к}}}{F_2} e^{2b_{\text{ср}}} \left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^2 \frac{1}{m_{m\text{э}}^3} \exp\left\{-\frac{1}{(2m_{m\text{э}})^2}\right\}. \qquad (42)$$

Формулы (41) и (42) совпадают с формулой (39) работы [8], в которой для определения переходных шумов использовалась совершенно иная методика расчета.

3. При $4A \geqslant 1$ и $U \geqslant 1$ спектр

$$G = \frac{1}{\Omega_2}\left(\frac{\pi Y}{m_{m\text{э}}^2 \operatorname{sh} Y}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\{-2m_{m\text{э}}^2(\operatorname{ch} Y - 1)\}. \qquad (43)$$

где Y определяется из выражения

$$\frac{b}{2m_{m\text{э}}^2} = \int_0^Y \frac{\operatorname{sh} t}{t}\, dt = \frac{Ei(Y) - Ei(-Y)}{2}, \qquad (44)$$

$Ei(Y)$ — интегральная показательная функция аргумента Y; $\operatorname{sh} Y$ — гиперболический синус; $\operatorname{ch} Y$ — гиперболический косинус.

Тогда мощность перекрестных шумов для верхнего канала (анализ оказал, что в спектре $U(t)$ наибольшая мощность перекрестных шумов будет при $\Omega_{\text{к}} = \Omega_2$) в точке $b_{\text{к}} = 0$ будет равна

$$P_{\text{шт}} = \frac{10^9}{2\sqrt{\pi}} K_{\text{п}}^2 \frac{\Delta F_{\text{к}}}{F_2} c^{2b_{\text{ср}}} \left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^2 \frac{1}{m_{m\text{э}}^3} \sqrt{\frac{Y_1}{\operatorname{sh} Y_1}} \exp\{-2m_{m\text{э}}^2 (\operatorname{ch} Y - 1)\}, \quad (45)$$

где Y_1 определяется из выражения:

$$Ei(Y_1) - Ei(-Y_1) = m_{m\text{э}}^{-2}. \quad (46)$$

Учитывая свойства гиперболических синуса и косинуса, нетрудно показать, что при $m_{m\text{э}}^2 \geqslant 1$ (43) переходит в (40) и, следовательно, (45) в (42).

4. При $AU\pi \leqslant 1$ и $U \geqslant 1$ спектр

$$\begin{aligned} &\text{а) } G = \frac{2\pi^2 m_{m\text{э}}^4 (\Omega_2 T_{\text{з}})}{\Omega_2 b^2} && \text{при } 0 < b < 1, \\ &\text{б) } G = \frac{\pi^2 m_{m\text{э}}^4 (\Omega_2 T_{\text{з}})}{\Omega_2} && \text{при } b = 1, \\ &\text{в) } G = 0 && \text{при } b > 1. \end{aligned} \quad (47)$$

Соответственно мощность перекрестных шумов в точке с нулевым относительным уровнем определится следующим образом:

$$\text{а) } P_{\text{шт}} = 2\pi^2 10^9 K_{\text{п}}^2 \frac{\Delta F_{\text{к}} F_2}{f_{\text{к}}^2} \left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^2 m_{m\text{э}}^3 (\Delta f_{m\text{э}} \tau_{\text{зп}}) \times$$

$$\times \left[1 - \sqrt{\frac{\pi}{5{,}52}} \frac{\tau'_{\text{зр}}}{\tau_{\text{зп}}} \frac{\alpha_0}{\varphi_0} \frac{f_2(X_1)}{f_1(X_1)}\right], \quad (48)$$

$$\text{б) } P_{\text{шт}} = \pi^2 10^9 K_{\text{п}}^2 \frac{\Delta F_{\text{к}} F_2}{f_{\text{к}}^2} \left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^2 b_1^2 m_{m\text{э}}^3 (\Delta f_{m\text{э}} \tau_{\text{зп}}) \times$$

$$\times \left[1 - \sqrt{\frac{\pi}{5{,}52}} \frac{\tau'_{\text{зр}}}{\tau_{\text{зп}}} \frac{\alpha_0}{\varphi_0} \frac{f_2(X_1)}{f_1(X_1)}\right], \quad (49)$$

$$\text{в) } P_{\text{шт}} = 0, \quad (50)$$

$$f_2(X) = \left\{ P(\chi^2, n) e^{\frac{1}{5{,}52} X^2} - \frac{1}{\sqrt{1{,}38\pi}} X [1 + f_1(X)] \right\}, \quad (51)$$

$$\chi^2 = \frac{1}{2{,}76} X^2, \quad n = 3, \quad (52)$$

где $P(\chi^2, n)$ — функция вероятности [9]. График функции $f_2(X)$ представлен на рис. 2.

Формулы (41), (42), (45), (48) и (49) справедливы при $\Omega_2(\tau_{\text{зп}} - \tau'_{\text{зр}}) \geqslant 1$, $\tau_{\text{зп}} / \tau'_{\text{зр}} \geqslant 2$ и $\alpha_0 / \varphi_0 \leqslant 1{,}5$. Выражение (48) не зависит от b_1, следовательно, мощность перекрестных шумов будет одинакова во всем диапазоне $0 < b_1 < 1$. Поскольку формула (49) справедлива при $b_1 = 1$, расчет перекрестных шумов следует вести по формуле (48), которая дает вдвое бо́льшую величину $P_{\text{шт}}$.

Проанализируем зависимость мощности перекрестных шумов от различных параметров при $p = 1$ и $n_1 = 2$. Формулы (34) и (48), (49) состоят соответственно из двух сомножителей. Первый сомножитель определяет мощность перекрестных шумов, которая возникает при двухлучевом распространении радиоволн, когда в точку приема поступает

прямая волна с интенсивностью $V_{\text{п}}^2$ и рассеянная энергия с интенсивностью $V_{\text{р}}^2$, излучаемая объемом рассеяния, сосредоточенным в точке b (рис. 1). Вторые сомножители (34) и (48), (49) $\frac{f_1(X_2)}{f_1(X_1)}$ и $\left[1-\sqrt{\frac{\pi}{5{,}52}}\times\right.$ $\left.\times\frac{\tau'_{\text{зр}}}{\tau_{\text{зп}}}\frac{\alpha_0}{\varphi_0}\frac{f_2(X_1)}{f_1(X_1)}\right]$ характеризуют уменьшение мощности перекрестных шумов из-за наличия большого количества рассеянных компонент с различным временем запаздывания, излучаемых объемом рассеяния конечных размеров. На рис. 3 и 4 построены зависимости этих сомножителей (соответственно кривые *1* и *2*) от α_0/φ_0 (при $d=300$ *км* и $h_{\text{с}}=1{,}5$ *км*) и $\tau_{\text{зп}}/\tau'_{\text{зр}}$ (при $\alpha_0/\varphi_0=1$ (рис. 4)). С ростом направленности антенн и увеличением задержки постоянной волны величины сомножителей увеличиваются и в пределе стремятся к единице.

Анализ графиков рис. 3 и 4 и формул (34), (42), (45), (48) и (49) позволяет сделать весьма важный вывод. При выполнении неравенств

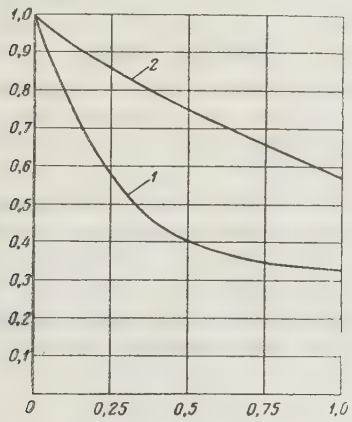


Рис. 3

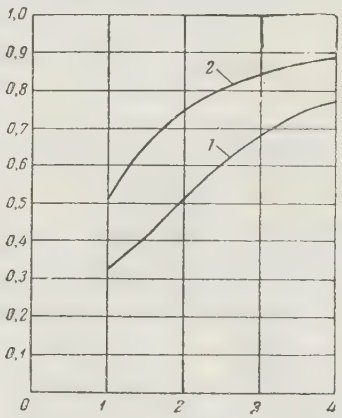


Рис. 4

$\frac{\tau_{\text{зп}}}{\tau'_{\text{зр}}}\frac{\varphi_0}{\alpha_0}\geqslant 2$, $\frac{\tau_{\text{зп}}}{\tau'_{\text{зр}}}\geqslant 2$ и $\frac{\alpha_0}{\varphi_0}\leqslant 1{,}5$, которые охватывают почти все практические случаи для расчета перекрестных шумов, возникающих из-за взаимодействия в месте приема постоянного и рассеянного полей при различном соотношении между их интенсивностями, можно использовать методику расчета, рассмотренную в [1] для двухлучевого распространения радиоволн (формула (14) в [1]). В нашем случае в месте приема будут взаимодействовать постоянная волна с интенсивностью $V_{\text{п}}^2$ и рассеянная волна с интенсивностью $V_{\text{р}}^2$, относительная задержка между которыми равна $\tau_{\text{зп}}$. Согласно методике [1] при $\Omega_2\tau_{\text{зп}}>1$ и числе каналов $N\leqslant 480$ (весьма важный случай для линий связи с дальним тропосферным распространением УКВ), мощность перекрестных шумов в точке с нулевым относительным уровнем будет равна

$$P_{\text{шт}}=\frac{10^9}{\pi}K_{\text{п}}^2\frac{\Delta F_{\text{к}}F_2}{\Delta f_{\text{к}}^2}\sum_{i=1}^{M_1}\left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^{2i}i^{-2}A_i, \tag{53}$$

$$A_i=b_1^2\left\{\frac{1}{2a_i}\left[e^{-a_i^2}+\left(1-\frac{b_1^2}{4a_i^2}\right)\sqrt{\pi}\,\Phi(a_i\sqrt{2})\right]-\frac{e^{-a_i^2}\sin b_1}{b_1}\right\}, \tag{54}$$

$$a_i = im_{\text{э}}\sqrt{y_1(\Omega_2\tau_{\text{зп}})},$$

$$y_1(\Omega_2\tau_{\text{зп}}) = 1 - \frac{\sin\Omega_2\tau_{\text{зп}}}{\Omega_2\tau_{\text{зп}}}, \qquad (55)$$

где число членов ряда M_1 определяется требуемой точностью расчета. При $(V_{\text{р}}/V_{\text{п}})^2 \leqslant 0{,}1$ в (53) можно ограничиться первым членом ряда.

Наибольшая мощность перекрестных помех будет в канале с частотой

$$\Omega_{\text{к}} \simeq \Omega_2 a_1\sqrt{3}\,\frac{\sum\limits_{i=1}^{M_1}\left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^{2i} i^{-3}\left[\sqrt{\pi}\Phi(a_i\sqrt{2}) - 2a_i e^{-a_i^2}\right]}{\sum\limits_{i=1}^{M_1}\left(\frac{V_{\text{р}}}{V_{\text{п}}}\right)^{2i} i^{-5}\left[\sqrt{\pi}\Phi(a_i\sqrt{2}) - 2a_i e^{-a_i^2}\right]}. \qquad (56)$$

В (56) отношение сумм при $(V_{\text{р}}/V_{\text{п}})^2 \leqslant 0{,}1$ примерно равно единице. При $(V_{\text{р}}/V_{\text{п}})^2 > 0{,}1$ это отношение всегда больше единицы (например, при $(V_{\text{р}}/V_{\text{п}})^2 = 1$, $a_1 = 0{,}72$ $(N = 120)$ и $M_1 = 3$ оно примерно равно 1,5). Следовательно, при $a_1\sqrt{3} \geqslant 1$ расчет переходных шумов по формуле (54) необходимо производить для верхнего канала, т. е. для $b_1 = 1$.

В случае ориентации осей антенн под различными углами к горизонту при двухлучевой трактовке из $\tau_{\text{зп}}$ следует вычесть задержку $\tau_{0\text{п}} = h_2 d/CR_{\text{э}}$, где h_2 — высота пересечения осей диаграмм направленности антенн над точкой b (рис. 1).

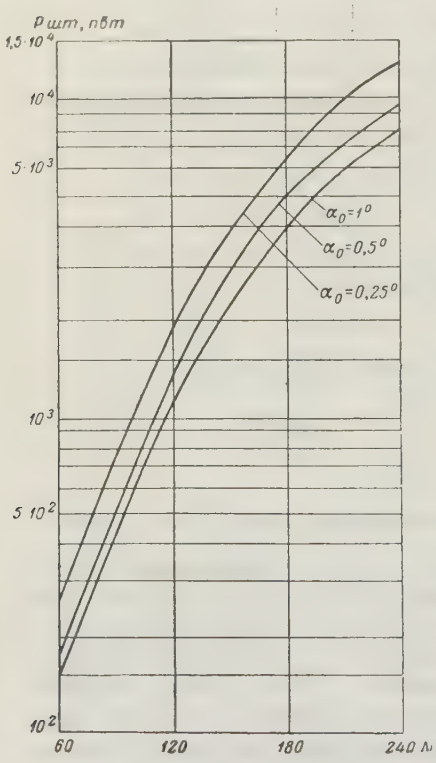


Рис. 5

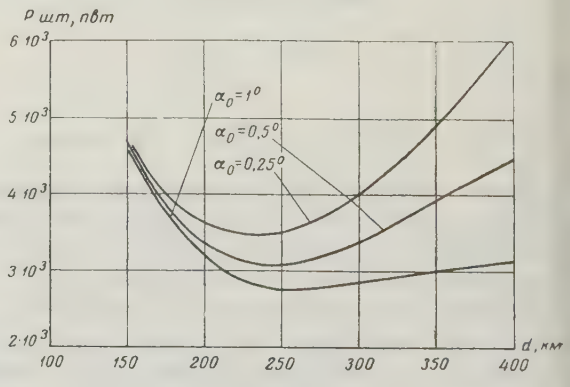


Рис. 6

На рис. 5 представлены зависимости $P_{\text{шт}} = f(N)$ при $h_{\text{с}} = 1{,}5$ км, $d = 300$ км, $(V_{\text{р}}/V_{\text{п}})^2 = 10^{-2}$ для трех значений α_0. При увеличении числа каналов и направленности антенн мощность переходных шумов возрастает. На рис. 6 даны зависимости $P_{\text{шт}} = f(d)$ при $h_{\text{с}} = 2{,}5$ км, $N = 60$, $(V_{\text{р}}/V_{\text{п}})^2 = 10^{-2}$ для трех значений α_0, рассчитанные по формуле (34). Из рис. 6 и формулы (33) следует, что для $\Omega_2\tau_{\text{зп}} \leqslant 1$ при неизменной высоте отражающего слоя над точкой b (рис. 1) и заданной направленности антенн имеется оптимальное расстояние между передатчиком и приемником, при котором мощность переходных шумов будет минимальной.

ВЫВОДЫ

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы, которые касаются случая взаимодействия в месте приема постоянной и рассеянных компонент поля при относительно больших $\tau_{зп}$.

1. При относительно больших задержках постоянной компоненты поля и применении в линиях связи весьма остронаправленных антенн можно при определении переходных помех использовать модель двухлучевого распространения радиоволн, рассмотренную в [1].

2. Мощность переходных шумов растет с увеличением направленности передающей и приемной антенн.

3. Статистические характеристики турбулентной тропосферы влияют на величину перекрестных помех. Чем плавнее падает функция корреляции турбулентных неоднородностей диэлектрической проницаемости воздуха и чем уже спектр таких неоднородностей, тем больше величина искажений. И, наконец, чем быстрее спадает интенсивность неоднородностей с высотой, тем больше величина перекрестных искажений. Из анализа пунктов 2 и 3 и работы [10] следует, что при чисторассеянном распространении радиоволн наблюдается обратная картина, т. е. переходные шумы уменьшаются по мере увеличения направленности антенн и индексов p и n_1. Указанное противоречие необходимо учитывать при проектировании линий дальней связи, в частности, при окончательном выборе размеров передающей и приемной антенн.

4. При возрастании числа каналов, относительной задержки луча постоянной интенсивности и отношения $(V_р/V_п)^2$ мощность перекрестных помех растет.

5. Для неизменных величин относительной задержки $\tau_{зп}$ и заданной направленности антенн при $\Omega_2\tau_{зп} \leqslant 1$ имеется оптимальное расстояние между передатчиком и приемником, при котором величина переходных шумов в каналах связи минимальна. С ростом направленности антенн это расстояние несколько уменьшается.

6. При передаче свыше 120 каналов на расстояния, превышающие 300 *км*, и отношениях $(V_р/V_п)^2 = 0{,}5—1$ весьма трудно удовлетворить рекомендациям МККР [7] на допустимую величину переходных шумов.

7. Для точного расчета переходных шумов необходимо проводить следующие экспериментальные исследования: 1) определение интенсивности постоянной и рассеянной компонент поля в зависимости от времени суток и года, метеорологических условий и т. п.; 2) определение пространственных и временных функций корреляции турбулентных неоднородностей воздуха и их спектров; 3) установление закона спадания интенсивностей неоднородностей с высотой; 4) определение времени запаздывания постоянной компоненты поля; 5) изучение временных и пространственных вариаций перечисленных характеристик.

8. Результаты настоящей работы будут полезными при оценке перекрестных шумов, возникающих в линиях связи с дальним тропосферным распространением УКВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Просин, К расчету перекрестных искажений при многолучевом распространении радиоволн, НДВШ (Радиотехника и электроника), 1959, 1, 53.
2. Пороговые сигналы, под ред. А. П. Сиверса, Изд. Советское радио, 1952.
3. Л. А. Чернов, Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, Изд. АН СССР, 1958.
4. А. В. Просин, К расчету мощности рассеяния при дальнем тропосферном распространении ультракоротких волн, Электросвязь, 1958, 8, 13.
5. А. В. Просин, О влиянии статистических характеристик турбулентной тропосферы на рассеянное распространение ультракоротких волн, НДВШ (Радиотехника и электроника), 1959, 1, 43

6. У. Р. Беннетт, Г. Е. Кертис, С. О. Райс, Переходные шумы в системах с частотной или фазовой модуляцией при имитации многоканального сигнала шумом, Сб. Радиорелейные линии связи, под ред. В. А. Смирнова, ИЛ, 1956.
7. Инженерно-технический справочник по электросвязи, VII, Радиорелейные линии связи, Связьиздат, 1956.
8. А. В. Просин, К расчету многоканальных систем связи с частотной модуляцией и уплотнением по частоте, Сб. трудов Научно-технического общества радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова, вып. II, 1958, стр. 209.
9. Е. Е. Слуцкий, Таблицы для вычисления неполной Г-функции и функции вероятности X^2, под ред. А. Н. Колмогорова, Изд. АН СССР, 1950.
10. А. В. Просин, Об искажениях передачи при рассеянном распространении ультракоротких волн, Электросвязь, 1959, 5, 32.

Поступила в редакцию
4 II 1960

ПРИЕМНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛОВ ПРИ ТРОПОСФЕРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ РАДИОВОЛН

Л. Т. Ремизов, М. Г. Голубцов, Л. С. Тюфякин

Приводится краткое описание приемного устройства, предназначенного для одновременной записи вариаций уровня синусоидальных сигналов на трех частотах с дискретно изменяемым интервалом между ними. Даются соображения по выбору основных параметров приемного устройства и приводятся некоторые результаты испытаний.

ВВЕДЕНИЕ

В связи с развитием техники радиосвязи с использованием тропосферного распространения радиоволн возникла необходимость детального исследования статистических характеристик сигналов.

Различные статистические характеристики сигналов, как функции времени и частоты [1], например автокорреляционная функция сигнала или функция взаимной корреляции сигналов на двух частотах, могут позволить систематически характеризовать некоторые качественные стороны тропосферного распространения радиоволн, решить практическую задачу оценки искажений различных видов сигналов и, следовательно, более обоснованно проектировать линии связи с использованием тропосферного распространения радиоволн. Примером экспериментальных исследований таких статистических характеристик сигналов является [2].

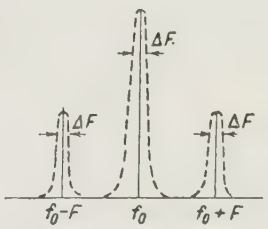


Рис. 1. Спектр зондирующего сигнала в точке приема

Для проведения подобных экспериментальных исследований разработано специальное приемное устройство *. Оно рассчитано на раздельный компольсный прием трех составляющих спектра зондирующего сигнала, имеющего вид синусоидально-модулированного по амплитуде колебания дециметрового диапазона волн. На рис. 1 показан спектр зондирующего сигнала после передачи его с использованием тропосферного распространения радиоволн; ΔF — ширина спектра замираний каждой из составляющих сигнала. Частота модуляции F может принимать шесть дискретных значений, равных соответственно 115, 346, 520, 1040, 2080 и 5200 *кгц*.

Основным назначением приемного устройства является запись флуктуаций уровня сигнала одновременно в трех каналах при разных значениях частот F для последующей статистической обработки, в частности для получения экспериментальной зависимости взаимной корреляции их флуктуаций для любых двух каналов от частоты F при различных метеорологических условиях и для различных трасс.

* О первом варианте подобного приемного устройства было доложено на сессии научно-технического общества радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова в мае 1959 г. [3].

1. СКЕЛЕТНАЯ СХЕМА

Скелетная схема приемника представлена на рис. 2.

С выхода антенны сигнал поступает на высокочастотный смеситель, где при помощи гетеродинного колебания частоты $f_{г1}$ осуществляется преобразование сигнала на промежуточную частоту 27 *Мгц* (соответственно $27 \pm F$ *Мгц* для боковых составляющих сигнала).

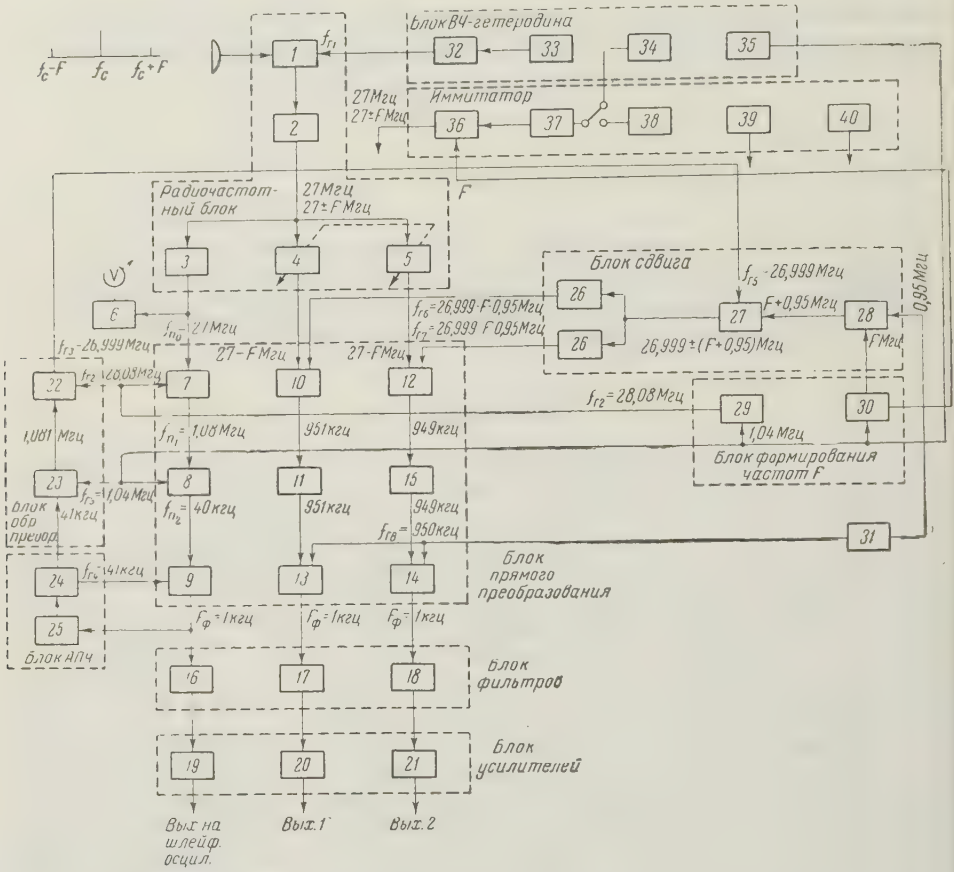


Рис. 2. Скелетная схема приемника

1 — высокочастотный смеситель; *2* — предварительный усилитель и аттенюатор; *3* — усилитель средней составляющей сигнала 27 *Мгц*; *4* — усилитель нижней боковой составляющей сигнала 27 — *FМгц*; *5* — усилитель верхней боковой составляющей сигнала 27 — *FМгц*; *6* — усилитель измерения чувствительности; *7* — смеситель *1*; *8* — смеситель *2*; *9* — смеситель *3*; *10* — смеситель *4*; *11* — резонансный усилитель 951 *кгц*; *12* — смеситель *5*; *13* — смеситель *6*; *14* — смеситель *7*; *15* — резонансный усилитель 949 *кгц*; *16* — фильтр $Ф_0$; *17* — фильтр $Ф_1$; *18* — фильтр $Ф_2$; *19* — усилитель средней составляющей сигнала; *20* — усилитель нижней боковой составляющей сигнала; *21* — усилитель верхней боковой составляющей сигнала; *22* — балансный смеситель *2*; *23* — балансный смеситель *1*; *24* — управляемый генератор $f_{гД} = 41$ *кгц*; *25* — дискриминатор; *26* — разделительные фильтры; *27* — смеситель *8*; *28* — балансный смеситель *3*; *29* — умножитель частоты в 27 раз; *30* — блок формирования частот *F*; *31* — кварцевый генератор $f_{г8} = 950$ *кгц*; *32* — умножитель частоты в 108 раз; *33* — кварцевый генератор $f_{к1}$; *34* — кварцевый генератор $f_{к2} = 9{,}0$ *Мгц*; *35* — кварцевый генератор $f_{к3} = 1{,}04$ *Мгц*; *36* — модулированный каскад; *37* — умножитель частоты в 3 раза; *38* — кварцевый генератор $f_{к4} = 9{,}0$ *Мгц*; *39*— кварцевый генератор $f_{к5} = 41$ *кгц*; *40* — кварцевый генератор $f_{к6} = 40$ *кгц*

Гетеродинное колебание получается путем умножения частоты стабилизированного кварцевого генератора $f_{к1}$ в 108 раз. После высокочастотного смесителя сигнал усиливается предварительным усилителем, а затем каждая составляющая спектра сигнала усиливается отдельными усилителями, настроенными соответственно на частоты 27, $27 + F$ и $27 - F$ *Мгц*. Настройка усилителей нижней и верхней боковых составляющих сигнала меняется дискретно в соответствии с выбираемым значением частоты модуляции F на передатчике зондирующего сигнала.

Средняя составляющая сигнала с выхода усилителя среднего канала поступает последовательно на смесители *1*, *2* и *3*, в которых осуществляется преобразование по частоте до 1 *кгц* при помощи гетеродинных напряжений с частотами $f_{г2} = 28{,}08$ *Мгц*, $f_{г3} = 1{,}04$ *Мгц* и $f_{г4} = 41$ *кгц*. Напряжение частоты $f_{г2} = 28{,}08$ *Мгц* поступает с выхода умножителя частоты в 27 раз, на вход которого подается напряжение частоты $f_{к3} = 1{,}04$ *Мгц* от стабилизированного кварцем генератора; последнее напряжение используется также в качестве гетеродинного в смесителе 2. Гетеродинное напряжение частоты $f_{к4} = 41$ *кгц* образуется в блоке АПЧ, который автоматически следит за изменениями частоты $F_Ф = 1$ *кгц*. Напряжение с частотой $F_Ф = 1$ *кгц* подается с выхода смесителя *3* на дискриминатор; последний, будучи включен в кольцо системы АПЧ, через усилитель постоянного тока управляет частотой $f_{г4} = 41$ *кгц* в соответствии с изменениями частоты сигнала на выходе смесителя *3*. Это изменение частоты в основном обусловлено нестабильностью задающего генератора передатчика и первого гетеродина приемника. Таким образом, частота сигнала на выходе смесителя *3* меняется в пределах ошибки слежения системы АПЧ. Этот сигнал проходит далее через узкополосный фильтр $Ф_0$, причем параметры системы АПЧ таковы, что частота сигнала на выходе смесителя *3* меняется в пределах на порядок меньших по сравнению с шириной полосы пропускания частот фильтра $Ф_0$. После фильтра $Ф_0$ сигнал усиливается усилителем, имеющим выходные цепи, предназначенные для подключения регистрирующих или записывающих приборов.

При помощи балансных смесителей *1* и *2* (блок обратного преобразования) из гетеродинных напряжений, имеющих частоты $f_{г1} = 41$ *кгц*, $f_{г3} = 1{,}04$ *Мгц* и $f_{г2} = 28{,}08$ *Мгц*, формируется напряжение частоты $f_{г5} = 26{,}999$ *Мгц* путем двукратного обратного преобразования частоты вверх. Частота $f_{г5} = 26{,}999$ *Мгц* повторяет изменения частоты $f_{г4} = 41$ *кгц*, поскольку напряжение последней является исходным при обратном преобразовании частоты вверх. В соответствии с вышесказанным, частота $f_{г5}$ повторяет изменения частоты средней составляющей сигнала с точностью до ошибки слежения системы АПЧ.

Напряжение частоты $f_{г5} = 26{,}999$ *Мгц* подается затем на смеситель *8*, где оно смешивается с напряжением частоты $F + 0{,}95$ *Мгц*. Последнее поступает с выхода балансного смесителя *3*, в котором смешиваются напряжения частот 0,95 и F *Мгц*. Первое поступает от отдельного стабилизированного кварцем генератора ($f_к = 950$ *кгц*). Напряжения частот F формируются в блоке формирования из напряжения частоты $f_{к3} = 1{,}04$ *Мгц* посредством ряда операций умножения и деления частоты.

После смесителя *8* следуют разделительные фильтры, при помощи которых суммарная и разностная компоненты напряжений частот $f_{г7} = 26 + F + 0{,}95$ и $f_{г6} = 26 - F - 0{,}95$ *Мгц* отделяются друг от друга.

Напряжения этих частот, как и $f_{г5}$, повторяют вариации первой промежуточной частоты $f_{по}$ средней компоненты спектра сигнала с точностью до суммы абсолютных нестабильностей частот F и $f_{г8} = 950$ *кгц* и используются в качестве гетеродинных в смесителях *4* и *5*. На смесители подаются напряжения боковых составляющих сигнала с частотами соответственно $27 - F$ и $27 + F$ *Мгц*. На выходе смесителей получаются напряжения боковых составляющих сигнала на частотах, соответственно равных 951 и 949 *кгц*, которые после усиления преобразуются до 1 *кгц* в смесителях *6* и *7* при помощи гетеродинного напряжения $f_{г8} = 950$ *кгц*.

Нестабильность частот боковых составляющих сигнала 951 и 949 *кгц* на выходе смесителей *4* и *5* состоит из ошибки слежения системы АПЧ, нестабильности кварцевого генератора 950 *кгц* и нестабильности боковых частот сигнала относительно несущей, поскольку модуляционное колебание и колебание несущей на передатчике получаются от независимых источников (имеющих абсолютную нестабильность частоты 100 *гц*).

Эта суммарная абсолютная нестабильность частот боковых составляющих сигнала на выходе смесителей *4* и *5* значительно меньше полосы пропускания частот фильтров $Ф_1$ и $Ф_2$, включенных на выходе смесителей *6* и *7*. Фильтры $Ф_1$ и $Ф_2$ подобны фильтру $Ф_0$. На их выходе включены такие же усилители, как и после фильтра $Ф_0$.

В системе предусмотрен так называемый имитатор сигнала, представляющий собой источник колебаний частот 27 и $27 \pm F$ *Мгц*. Он состоит из кварцевого генератора ($f_{кч} = 9$ *Мгц*) и умножителя частоты в 3 раза с усилителем. В последнем имеется модуляторная ступень, где напряжение частоты 27 *Мгц* модулируется по амплитуде. Имитатор служит для контрольной проверки работы всех трактов приемника, следующих после высокочастотного смесителя. В имитаторе имеются также два кварцевых генератора для сверки частот $f_{г4} = 41$ и $f_{п2} = 40$ *кгц* и использования в качестве источников напряжений этих частот при наладке приемника.

Для измерения чувствительности среднего тракта имеется дополнительный резонансный усилитель с ламповым вольтметром на выходе. Его применение вызвано тем, что узкополосность последующих схем среднего тракта затрудняет измерение чувствительности при использовании обычного сигнал-генератора дециметрового диапазона.

2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СХЕМЫ И УСЛОВИЯ ИХ ВЫБОРА

Несущая частота сигнала f_c имела два значения и получалась на передатчике путем умножения в 108 раз частот генераторов с кварцевой стабилизацией. Сигнал на обеих частотах принимался при помощи одного гетеродинного колебания частоты $f_{г1}$, которое получалось как и сигнал путем умножения в 108 раз частоты задающего стабилизированного по частоте генератора.

Выбор рабочих частот определился двумя условиями: 1) обеспечением идентичности схем задающих генераторов и части умножителей частоты в приемнике для 1-го гетеродина и в передатчике для сигнала; 2) обеспечением того, чтобы разность частот $f_{г1}$ и f_c составляла первую промежуточную частоту, равную $f_{п0} = 27$ *Мгц*.

Количество ступеней прямого преобразования средней составляющей спектра сигнала (смесители *1*, *2*, *3*) и обратного преобразования (балансные смесители *2* и *3*) выбрано, исходя из следующих требований.

1. Обеспечение возможности осуществления обратного преобразования частоты от $f_{г4} = 41$ *кгц* до $f_{г5} = 26{,}999$ *Мгц* простыми балансными смесителями с легко реализуемыми полосовыми фильтрами.

2. Обеспечение достаточного ослабления по симметричным каналам в каждой ступени прямого преобразования частоты от $f_{п0} = 27$ *Мгц* до $F_Ф = 1$ *кгц*.

3. Выполнение управляемого по частоте гетеродина системы АПЧ достаточно низкочастотным с небольшой абсолютной стабильностью частоты по сравнению с нестабильностью сигнала на промежуточной частоте.

4. Возможность несложного практического выполнения полосовых фильтров на частоте $F_Ф$ с полосой пропускания частот порядка 3 *гц* и с нестабильностью их частоты настройки, не превышающей малые доли ширины полосы.

5. Сведение общего числа ступеней прямого и обратного преобразований к минимуму при выполнении перечисленных выше условий.

Выбор значений промежуточных частот $f_{п0} = 27$ *Мгц*, $f_{п1} = 1{,}08$ *Мгц*, $f_{п2} = 40$ *кгц* был тесно связан с выбором частот гетеродинов $f_{г2} = 28{,}08$ *Мгц*, $f_{г3} = 1{,}04$ *Мгц* и $f_{г4} = 41$ *кгц*, которые в свою очередь выбирались, исходя из обеспечения стабилизации кварцем и использования одного и того же кварцевого резонатора для образования гетеродинных частот $f_{г3}$ и $f_{г2}$ (а именно, $f_{г2} = f_{г3} \cdot 27$), а также для формирования колебаний

частот $F = 1{,}04\ Мгц \cdot \frac{m}{n}$ (где m/n принимают значения 5; 2; 1; $^1/_2$; $^1/_3$; $^1/_9$, в результате чего получаются значения частот F, указанные выше). Формирование частот F осуществляется рядом комбинаций умно-

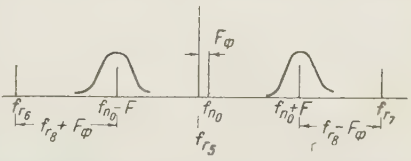


Рис. 3. Относительное расположение частотных характеристик усилителей боковых составляющих сигнала и гетеродинных частот $f_{г5}$, $f_{г6}$, $f_{г7}$ для одного значения частоты F

жений и делений частоты. Гетеродинные частоты $f_{г2}$, $f_{г3}$ и $f_{г4}$ выбраны так, что $f_{г2} = 28{,}08\ Мгц = f_{г3} \cdot 27$, $f_{г2} - f_{п0} = f_{п2} = 1{,}08\ Мгц$, $f_{п2} - f_{г3} = 1{,}08\ Мгц - 1{,}04\ Мгц = 40\ кгц$ и $f_{г4} - f_{п2} = F_Ф = 1\ кгц$.

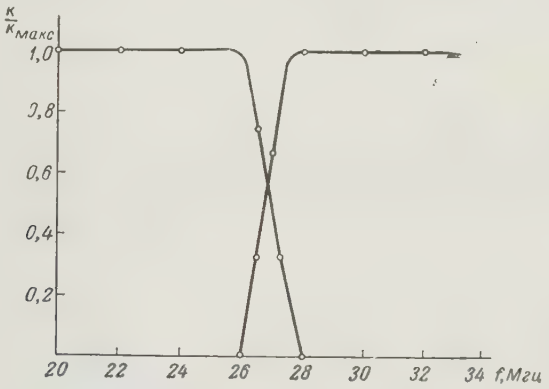


Рис. 4. Частотные характеристики разделительных фильтров для частот $f_{п0} + F$ и $f_{п0} - F$

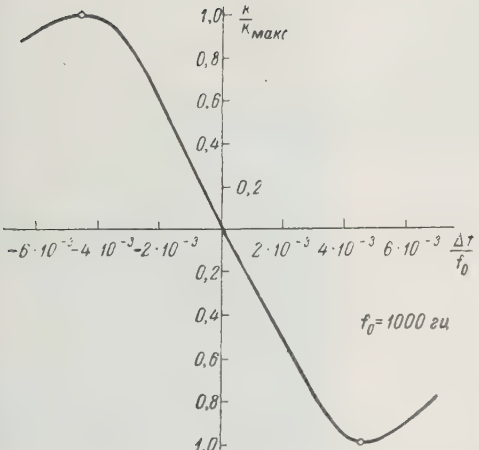


Рис 5. Частотная характеристика дискриминатора

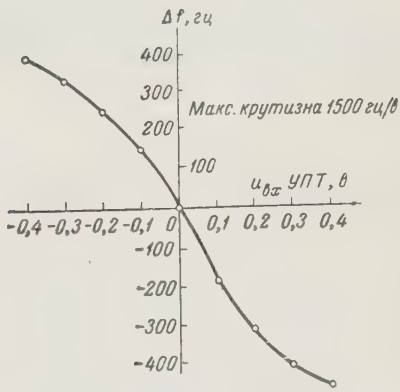


Рис. 6. Рабочая характеристика управляемого по частоте генератора

Ширина полосы пропускания частот каждого из усилителей сигнала на частотах 27 и $27 \pm F\ Мгц$ равна около 300 *кгц*. Гетеродинные частоты $f_{г6}$ и $f_{г7}$ сдвинуты относительно боковых составляющих сигнала $27 \pm F\ Мгц$ соответственно на 949 и 951 *кгц*. Это сделано для обеспечения достаточ-

ного ослабления симметричного шумового канала при преобразовании боковых частот сигнала в смесителях *4* и *5*. На рис. 3 изображена одна пара характеристик усилителей боковых частот сигнала и соответствующая им пара гетеродинных частот $f_{г6}$, $f_{г7}$ для одного значения частоты F.

Сдвиг на 951 и 949 *кгц* был выбран также для того, чтобы после формирования в балансном смесителе *3* частот $F + 950$ *кгц* можно было легко осуществить фильтрацию этих частот от 950 *кгц* и от каждой из частот F. Разделительные фильтры, отделяющие колебания частот $f_{г6}$ и $f_{г7}$ друг от друга, имеют частотные характеристики, представленные на рис. 4.

Система АПЧ имеет следующие параметры. Она рассчитана на использование фильтров в дискриминаторе, как частотно-чувствительном элементе, с полосой пропускания частот 3 *гц* и более. При этом максимальный коэффициент регулирования равен 3 000, а инерционность системы АПЧ такова, что максимально допустимая скорость изменения частоты $f_{п0}$ равна 0,3 *гц/сек*. Полоса удержания системы АПЧ равна 400 *гц*. Это требует обеспечения весьма малой относительной нестабильности частот сигнала и первого гетеродина в течение сеанса записи. Характеристика дискриминатора, выполненного на *LC*-фильтрах с полосой пропускания частот 9 *гц*, приведена на рис. 5. На рис. 6. показана рабочая характеристика управляемого по частоте генератора. Поскольку принимаемый сигнал испытывает глубокие замирания, в системе АПЧ предусмотрено демодулирующее устройство, характеристика которого представлена на рис. 7.

Коэффициент шума входного смесителя совместно с усилителями 27 и $27 \pm F$ *Мгц* равен 10—11 *дб*. Чувствительность приемника по среднему каналу при ширине частотной полосы фильтра $Ф_0$ 9 *гц* была не хуже 0,01 *мкв*.

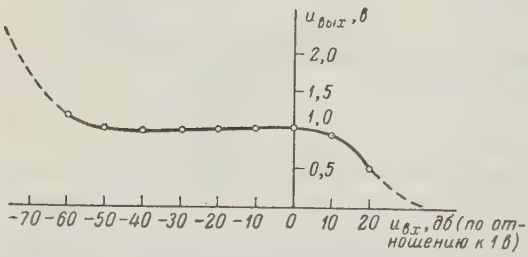


Рис. 7. Рабочая характеристика демодулирующего устройства

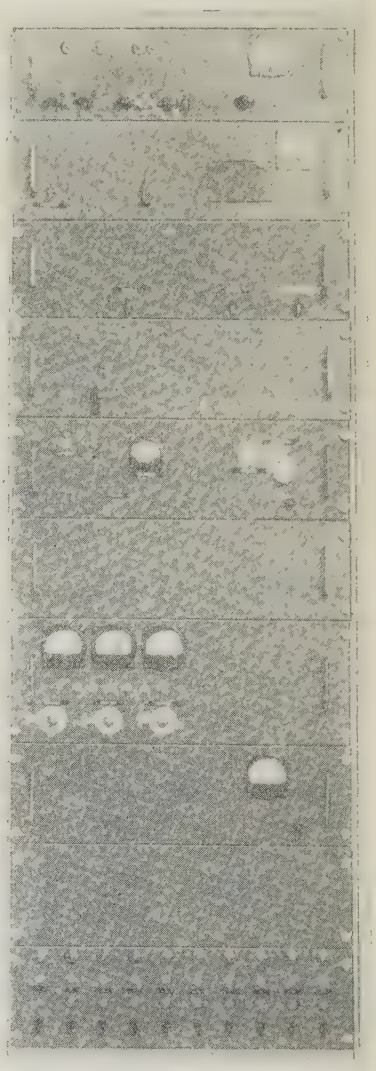


Рис. 8. Внешний вид приемной аппаратуры

Внешний вид приемной аппаратуры без 1-го гетеродина и источников питания показан на рис. 8. Стойка, изображенная на рис. 8, устанавливалась в передвижном закрытом фургоне.

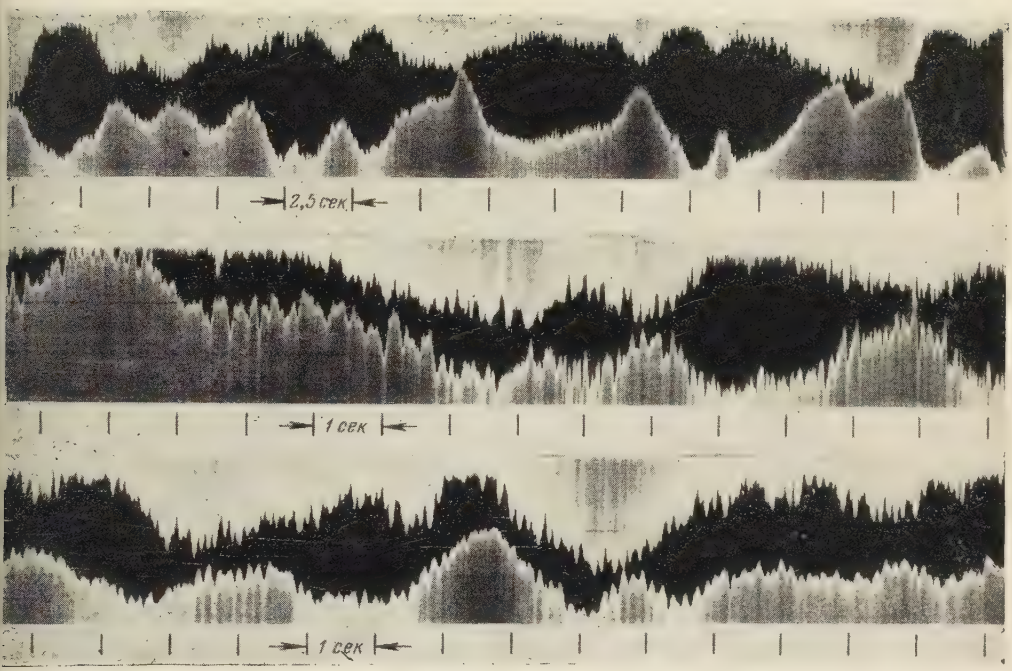


Рис. 9. Образцы записей сигнала на выходе различных каналов при некоторых значениях частот F:

а — F = 346 *кгц*, вверху — верхняя боковая составляющая сигнала, внизу — несущая сигнала;
б — F = 2080 *кгц*, вверху — нижняя боковая составляющая сигнала, внизу — несущая сигнала;
в — F = 5200 *кгц*, вверху — нижняя боковая составляющая сигнала, внизу — несущая сигнала

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

В лабораторных условиях приемное устройство испытывалось двояко: применением имитированного на первой промежуточной частоте сигнала путем приема сигнала от близко расположенного передатчика. В обоих лучаях одновременно принимались все три составляющие спектра сигала при всех частотах модуляции F. Испытания сводились в основном проверке стабильности работы всех трактов приемника, качества лежения системы АПЧ, стабильности частотных характеристик фильрующих цепей и т. п.

При приеме сигнала в среднем канале на трассе протяженностью 400 *км* роверялись работа системы АПЧ и устойчивость работы всех узлов ппаратуры.

Контрольный прием всех трех компонент сигнала был осуществлен на рассе Москва—Владимир в сентябре 1959 г. На рис. 9 приведены образы записей сигнала на выходе различных каналов при некоторых значеиях частот F. Из рис. 9 можно качественно судить о характере изменеия взаимной связи замираний принимаемых составляющих зондирующего игнала при увеличении частотного интервала между ними.

Авторы выражают глубокую благодарность В. А. Котельникову, казавшему существенную помощь при выборе схемы приемного устройтва. Кроме того, авторы считают своим долгом выразить благодарность . М. Клестову-Надееву за активное участие в лабораторных испытаниях ппаратуры и А. Н. Ломакину за проведение контрольного приема сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

. S. O. Rice, Statistical fluctuation of radio field strength far beyond the horizon. Proc. I. R. E., 1953, 41, 2, 274.
. T. H. Chisholm, L. P. Rainville, T. F. Roche, H. G. Root, Measurement of the bandwidth of radio waves propagated by the troposphere beyond the horizon, IRE Trans., 1958, AP-6, 377.
. М. Г. Голубцов, Л. Т. Ремизов, Л. С. Тюфякин, Приемное устройство для измерения статистических характеристик сигналов при тропосферном распространении радиоволн, Научная сессия, посвященная 100-летию со дня рождения А. С. Попова, Аннотации к докладам, М., 1959.

Поступила в редакцию
23 XII 1959

МЕТОД РАСЧЕТА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ВСТАВКИ ДЛЯ СОГЛАСОВАНИЯ ВОЛНЫ H_{01} В ПЕРЕХОДЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ВОЛНОВОДАМИ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Ван Хуань-чжо

Найдены волновые числа волн H_{01} и H_{02} в волноводе круглого сечения с диэлектрическим стержнем. Определена форма диэлектрической вставки в конусном переходе между двумя волноводами различных радиусов, для которой суммарный коэффициент связи между этими волнами равен нулю.

ВВЕДЕНИЕ

При падении волны H_{01} на плавный согласующий переход между двумя круглыми волноводами различного радиуса образуются волны H_{02}. Ниже приводится расчет диэлектрической вставки, которая должна компенсировать возмущения, вызванные переходом, и уменьшить преобразование волны H_{01} в волну H_{02}. С нашей точки зрения, наиболее полной компенсации в плавном переходе можно достичь при условии, что суммарный коэффициент связи [1] между различными типами волн в переходе, обязанный изменению как радиуса волновода, так и радиуса вставки, будет мал или равен нулю.

Начнем с определения волновых чисел и структуры поля волн H_{01} и H_{02} в регулярном волноводе с диэлектрическим стержнем, ось которого совпадает с осью волновода. Найдя эти величины, мы сможем определить затем коэффициенты связи между волнами H_{01} и H_{02} в нерегулярном волноводе.

1. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЦИЛИНДР В ВОЛНОВОДЕ

Электрическое и магнитное поля для волн H_{0n} при временно́й зависимости $e^{i\omega t}$ выражаются через одну скалярную функцию $U(r, z)$ по известным формулам

$$H_z = -k^2 U - \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}, \quad H_r = -\frac{\partial^2 U}{\partial z\, \partial r}, \quad E_\theta = -ik \frac{\partial U}{\partial r}. \tag{1}$$

Граничное условие на металле и требование непрерывности составляющих H_z, H_r и E_θ на поверхности диэлектрического стержня дают три независимых условия

$$\begin{aligned} &A\alpha_1^2 J_0(\alpha_1 b) - B\alpha_2^2 J_0(\alpha_2 b) - C\alpha_2^2 H_0^{(1)}(\alpha_2 b) = 0, \\ &A\alpha_1 J_0'(\alpha_1 b) - B\alpha_2 J_0'(\alpha_2 b) - C\alpha_2 H_1^{(1)}(\alpha_2 b) = 0, \\ &B\alpha_2 J_0'(\alpha_2 a) + C\alpha_2 H_1^{(1)}(\alpha_2 b) = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

из которых следует трансцендентное уравнение для волнового числа [2]

$$\frac{H_1^{(1)}(\alpha_2 a)}{J_1(\alpha_2 a)} = \frac{\alpha_2 J_1(\alpha_1 b) H_0^{(1)}(\alpha_2 b) - \alpha_1 J_0(\alpha_1 b) H_1^{(1)}(\alpha_2 b)}{\alpha_2 J_1(\alpha_1 b) J_0(\alpha_2 b) - \alpha_1 J_0(\alpha_1 b) J_1(\alpha_2 b)}. \tag{3}$$

Здесь $\alpha_1 = \sqrt{k^2 \varepsilon - h^2}$; $\alpha_2 = \sqrt{k^2 - h^2}$; ε — диэлектрическая проницаемость материала стержня; $\mu = 1$; a и b — радиусы волновода и диэлектрического стержня.

Условие равенства волновых чисел внутри и вне стержня дает

$$\alpha_1^2 - \alpha_2^2 = k^2(\varepsilon - 1). \tag{4}$$

Решая совместно уравнения (3) и (4), можно получить зависимость олнового числа h от a при фиксированном вещественном значении ε фиксированном b.

Для нахождения зависимости $h = h(b)$ для волн H_{01} и H_{02} нужно начала решить уравнение, получающееся из (3) при $a = \infty$. Оно имеет вид

$$\alpha_1 b \frac{J_0(\alpha_1 b)}{J_1(\alpha_1 b)} = \alpha_2 b \frac{H_0^{(1)}(\alpha_2 b)}{H_1^{(1)}(\alpha_2 b)} \tag{5}$$

Решается графическим методом. Фиксируя значения λ и ε, находим еличину левой части уравнения как функции от $\alpha_1 b$ и величину правой асти уравнения как функции от $\alpha_2 b$. Эти две функции наносим на соседние рафики с одним и тем же масштабом по оси ординат. Проводя емейство горизонтальных прямых, олучаем зависимость $\alpha_1 b$ от $\alpha_2 b$. отом зададим ряд значений b и олучим соответствующие значения h. Мы назовем эти значения-∞, имея в виду, что они относятся к случаю $a/b = \infty$. Значение h_∞ для волны H_{02} отличается т h_∞ для волны H_{01} тем, что для олны H_{02} при вычислении следует взять вторую ветвь функции, стоящей в (5) справа. На ис. 1 приведены результаты таих вычислений. Как и всюду ниже, графики вычислены для $\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$.

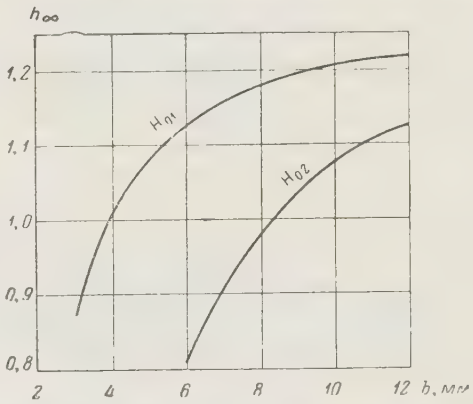


Рис. 1. Зависимость h_∞ от b при $a = \infty$ ($\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$)

Волновое число h и собственные значения α_1 и α_2, удовлетворяющие равенствам (3) и (4), существенно зависят от численного значения араметра $kb\sqrt{\varepsilon - 1}$, и мы отдельно рассмотрим три возможных случая. Для того чтобы проследить зависимость h от a и b, в каждом случае ассматриваются, в частности, предельные значения, которые h принимает при $a = b\,(h = h_1)$ и при $a = \infty\,(h = h_\infty)$.

I. $kb\sqrt{\varepsilon - 1} > \mu_n$, где μ_n — корень производной функции Бесселя $J_0(x)$; для волн H_{01} $\mu_1 = 3{,}83$, для H_{02} $\mu_2 = 7{,}015$.

При $a = b$

$$h = h_1 = \sqrt{k^2\varepsilon - \left(\frac{\mu_n}{b}\right)^2} > k.$$

При $a = \infty$

$$h = h_\infty > k.$$

При любом h от h_1 до h_∞

$$\alpha_1^2 = k^2\varepsilon - h^2 > 0,$$

$$\alpha_2^2 = k^2 - h^2 < 0.$$

Таким образом, при изменении a от b до бесконечности величина h стается больше k, α_1 — вещественной, α_2 — мнимой величиной, как для иэлектрического стержня в пустоте; фазовая скорость меньше c.

II. $\nu_n < kb\sqrt{\varepsilon - 1} < \mu_n$, где ν_n — корень функции Бесселя $J_0(x)$; $\nu_1 = 2{,}405$, $\nu_2 = 5{,}52$.

При $a = b$

$$h = h_1 < k,$$
$$\alpha_1^2 = k^2\varepsilon - h_1^2 > 0,$$
$$\alpha_2^2 = k^2 - h_1^2 > 0.$$

При $a = \infty$

$$h = h_\infty > k,$$
$$\alpha_1^2 = k^2\varepsilon - h_\infty^2,$$
$$\alpha_2^2 = k^2 - h_\infty^2.$$

В этом случае при изменении a от b до бесконечности величина h, начиная со значения $h_1 < k$, проходит через $h = k$ и становится больше k, т. е. фазовая скорость станет меньше c, как в стержне без металлической оболочки; α_1 остается вещественной, а величина α_2, пройдя через нуль, становится мнимой величиной. Условие $h = k$ имеет место при

$$a = b\sqrt{1 - \frac{2J_1(\alpha_1 b)}{\alpha_1 b J_0(\alpha_1 b)}}.$$

III. $kb\sqrt{\varepsilon - 1} < \nu_n$. Тогда при $a = b$ $h = h_1 < k$, а при $a = \infty$ $h = h_\infty = k$. Таким образом, при изменении a от b до бесконечности h изменяется от величины $h_1 < k$ до k; величины α_1 и α_2 остаются вещественными. Фазовая скорость всегда больше c и стремится к c при $a/b \to \infty$.

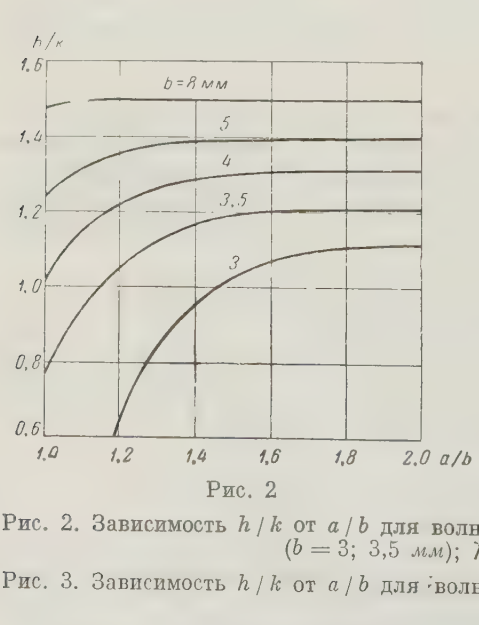


Рис. 2

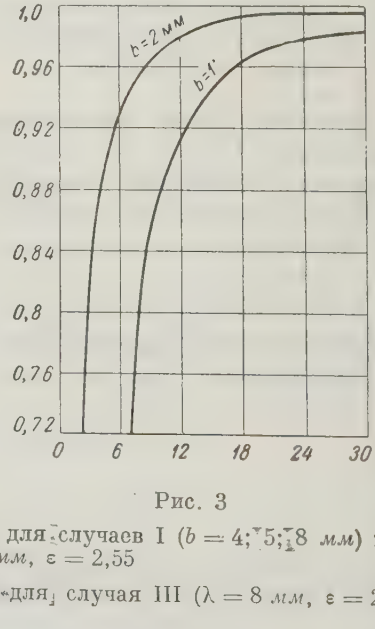


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость h/k от a/b для волны H_{01} для случаев I ($b = 4; 5; 8$ *мм*) и II ($b = 3$; 3,5 *мм*); $\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$

Рис. 3. Зависимость h/k от a/b для волны H_{01} для случая III ($\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$)

Для нахождения численной зависимости $h = f(a)$ строились графики правой части уравнения (3) при фиксированном вещественном значении ε, фиксированном λ и различных значениях b. Построения в каждом из трех случаев были несколько различными. На рис. 2—5 даны результаты расчетов для $\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$. На рис. 2 и 3 представлена зависимость h/k

a/b для волны H_{01} при случаях I, II и III. На рис. 4 и 5 представлена
исимость h/k от a/b для волны H_{02} при случаях I, II и III *.
Ниже мы будем иметь дело с условиями при сравнительно больших
Если при этом осуществляется случай I или II, то h практически рав-
ν_∞ (рис. 2 и 4). Кривые близки к своим горизонтальным асимптотам.
означает, что наличие металла мало влияет на фазовую скорость,
. что поле почти не доходит до металла. При этом трудно обеспечить

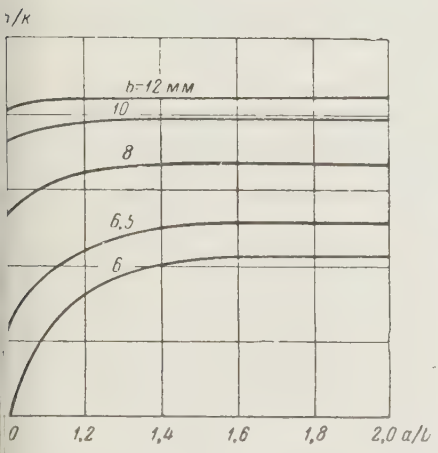


Рис. 4

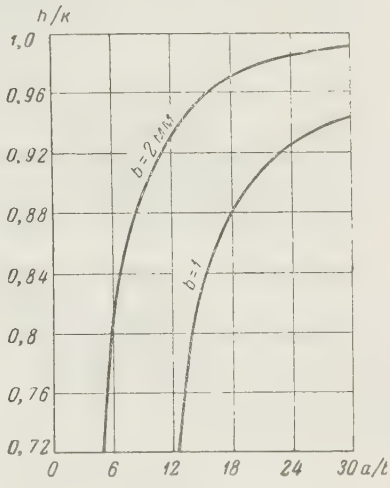


Рис. 5

с. 4. Зависимость h/k от a/b для волны H_{02} для случаев I ($b = 8$; 10; 12 *мм*) и II ($b = 6$; 6,5 *мм*); $\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$

5. Зависимость h/k от a/b для волны H_{02} для случая III ($\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$)

енство друг другу обоих слагаемых коэффициентов связи, зависящих
зменения радиуса волновода и радиуса стержня. Поэтому диэлек-
ческую вставку мы будем рассчитывать таким образом, чтобы ее ра-
при всех z был меньше 2,46 *мм*, т. е. чтобы имел место случай III.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ВСТАВКИ

Перейдем к вычислению полей и коэффициента связи волн H_{02} и H_{01}
олноводе переменного сечения ($a = a(z)$) с диэлектрической вставкой
еменного радиуса ($b = b(z)$). Коэффициент связи S_{ij} между этими вол-
м легко вычислить по формулам (14), (16) статьи [1]; он равен

$$S_{ij} = \frac{\pi}{h_i (h_i - h_j)} \left\{ a \frac{da}{dz} H_z^i(a) H_z^j(a) + (\varepsilon - 1) b \frac{db}{dz} E_\theta^i(b) E_\theta^j(b) \right\}, \qquad (6)$$

индексы i и j соответствуют волнам H_{02} и H_{01}. Для того чтобы
ределить коэффициенты при da/dz и db/dz в (6), надо найти $E_\theta(b)$ и
a). Они имеют вид

$$\left.\begin{aligned} E_\theta(b) &= Ai\alpha_1 k J_1(\alpha_1 b), \\ H_z(a) &= \alpha\ [B J_0(\alpha_2 a) + C N_0(\alpha_2 a)]. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

ользуя (2), получим

$$E_\theta(b) = Ai\alpha_1 k J_1(\alpha_1 b),$$

$$H_z(a) = A\alpha_1^2 J_0(\alpha_1 b) \frac{\frac{2}{\alpha_2 a \pi}}{J_1(\alpha_2 a) N_0(\alpha_2 b) - J_0(\alpha_2 b) N_1(\alpha_2 a)},$$

* Аналогичный анализ для других значений параметров был произведен в [3].

где A — постоянная, определяемая условием нормировки

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{a} E_\theta H_r\, r\,dr\,d\theta = 2kh.$$

Компоненты $H_z^i(a)$ и $E_0^j(b)$ ($H_z^i(a)$ и $E_\theta^j(b)$) находятся в квадратуре друг к другу, поэтому при переходе к вещественным величинам второе слагаемое в (6) войдет с обратным знаком.

Мы будем стремиться к тому, чтобы при всех z обеспечить равенство нулю коэффициента связи S_{ij}; при этом почти полностью будет отсутствовать преобразование волны H_{01} в H_{02}.

Величина коэффициента связи, как видно из (6), зависит от изменения размеров диэлектрической вставки. Таким образом, выбирая форм

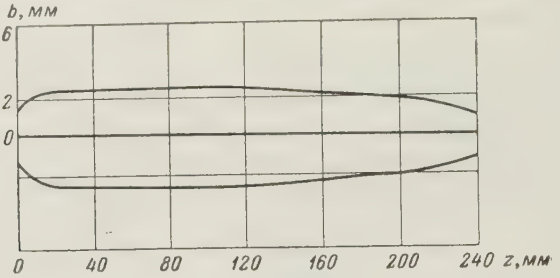


Рис. 6. Форма диэлектрической вставки ($\lambda = 8$ *мм*, $\varepsilon = 2{,}55$)

вставки, можно при фиксированной форме волновода $a(z)$ удовлетворить требованию $S_{ij} = 0$. Задача определения формы вставки, т. е. вида функции $b(z)$, сводится к решению уравнения

$$a\frac{da}{dz}H_z^i(a)H_z^j(a) + (\varepsilon - 1)b\frac{db}{dz}E_\theta^i(b)E_\theta^j(b) = 0,$$

получающегося из уравнения (6) при $S_{ij} = 0$. При фиксированном a и фиксированных λ и ε можно найти из (7) и (8) функцию $b(z)$. Это уравнение решается численно.

Для того чтобы определить начальную часть вставки, надо найти значение db/dz, при малых b, т. е. при условиях $b \ll a$, $kb \ll 1$. Определяя db/dz из (8), получим

$$\frac{db}{dz} = -\frac{da}{dz}\frac{a}{k^2b^3}\frac{0{,}486}{\varepsilon - 1},$$

и далее, если полагать $b(0) = 0$, то

$$b^4(z) = -\frac{da}{dz}\frac{a_0}{k^2}\frac{1{,}95}{\varepsilon - 1}z.$$

Приведем в заключение численный расчет. Пусть волновод радиуса $a = 30$ *мм* соединен конусом с волноводом, радиус которого $a = 6$ *мм*. Волна H_{01} падает со стороны широкого волновода. Величину da/dz примем равной —0,1, что соответствует длине конуса 240 *мм*. По формулам (7), (8)—(10) и полученным выше значениям h вычисляем $b(z)$. На рисунке представлена полученная форма диэлектрической вставки. Мы видим, что в начале диэлектрической вставки значение $b(z)$ очень быстро увеличивается, а потом медленно возрастает. При $a = 19$ *мм*, $b = 2{,}46$ *мм*. H_{01} меняет знак, при этом db/dz обращается в ноль и также меняет знак. Таким образом, значение $b(z)$ начинает уменьшаться. При значениях $z = 210$ *мм*, $a = 9$ *мм*, $b = 1{,}9$ *мм* h для H_{02} обращаются в ноль (кри

:ое сечение для этой волны). Дальше надо определить форму еще не-ьшого отрезка вставки так, чтобы сохранялось условие $S_{ij} = 0$, и за- постепенно переходить к $b = 0$.

Іри практическом осуществлении, вероятно, необходимо поступать не-:ько иначе, начиная вставку еще в широком волноводе при $z<0$, как в полученной вставке, рассчитанной из условия $b(0) = 0$, полу-ись слишком крутые углы для точек около $z = 0$. Приведенный при- является только иллюстрацией метода расчета.

3 заключение выражаю глубокую признательность Б. З. Каценелен-ну за руководство настоящей работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. Каценеленбаум, Нерегулярные волноводы с переменным диэлектрическим заполнением, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 7, 890.
2. Н. Казанцев, Расчет симметричных переходных устройств в волноводе круглого сечения для волн типа H_{0n}, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 2, 250.
3. Buchholz, Der Hohlleiter von kreisförmigen Querschnitt mit geschichtetem dielektrischem Einsatz, Ann. Physik, 1943, **43**, 5, 313.

Поступила в редакцию
10 XI 1959

НАПРАВЛЕННЫЕ ОТВЕТВИТЕЛИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Д. И. Мировицкий, Г. Г. Валеев

Приведены результаты экспериментального исследования нового типа направленных ответвителей, представляющих собой две пересекающиеся линии передачи поверхностных волн. Подобные ответвители несмотря на конструктивную простоту обладают в широкой полосе частот высокой направленностью (свыше 45 *дб*) и малым переходным ослаблением.

Линии передачи поверхностной волны начинают находить за последне время все более широкое применение (см., например, [1]). В связи с эти становится актуальной задача создания различных СВЧ-устройств на л ниях поверхностной волны.

В настоящем сообщении приводятся результаты экспериментальног исследования макетов направленных ответвителей и многоканальны

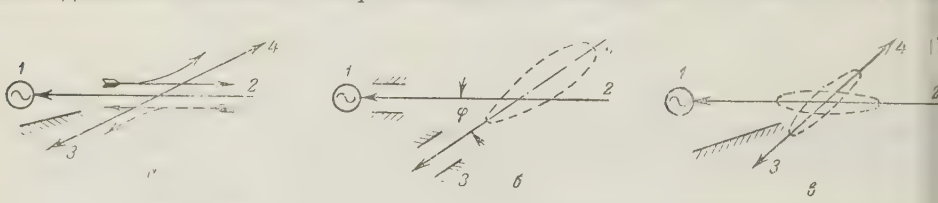


Рис. 1. Схемы разных типов направленных ответвителей поверхностной волны

разветвителей СВЧ-энергии [2, 3], принцип действия которых основыв ется на существовании направленной связи между взаимно-пересекающ мися линиями передачи поверхностной волны. Несколько схем направле ных ответвителей для линии передачи поверхностной волны представле на рис. 1.

Ответвитель, названный нами ответвителем крестовидного ти (рис. 1, *а*), представляет собой две пересекающиеся линии передач Сигнал от генератора *1* делится между плечами *2* и *4*, в то время как с гнал, отраженный от нагрузки, установленной в плече *2*, попадает в плечо

На рис. 1, *б* приведена схема ответвителя, названного, по аналог с антенной, ответвителем антенного типа. В этом ответвителе вспомогател ный тракт образуют отрезок линии передачи *3* и часть свободного пр странства.

Следует отметить, что сочетание линии передачи поверхностной вол и стержневых диэлектрических антенн позволяет создать ряд устройст также обладающих свойствами направленного ответвителя. Схема одно из таких устройств, названного ответвителем радиального типа, приведе на рис. 1, *в*.

Приведенные ниже экспериментальные данные получены для отв вителей, собранных на диэлектрических волноводах из метилметакрила с поперечным сечением $0{,}4\,\lambda_0 \times 0{,}92\,\lambda_0$. Возбуждение поверхностной вол производилось рупором (раскрыв $1{,}2\,\lambda_0 \times 1{,}6\,\lambda_0$), которым оканчивал металлический волновод. Для обеспечения хорошего согласования части диэлектрического волновода, входящего в металлический вол вод, имеется клиновидный скос под углом порядка 4°.

Были разработаны и исследованы несколько макетов направленных ответвителей поверхностной волны. Исследования показали, что энергия, отводимая во вспомогательный тракт, определяется в основном замедлениями фазовых скоростей поверхностных волн в линиях основного и вспомогательного трактов, углом пересечения линий и расстоянием между ними. Максимальная передача энергии при угле пересечения более 20° имеет место при равенстве замедления фазовой скорости волны в обоих трактах (диэлектрические стержни прижаты друг к другу).

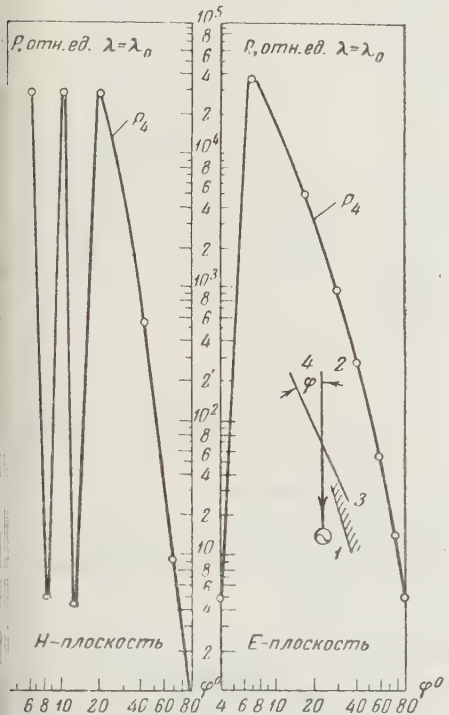


Рис. 2. Характеристики направленного ответвителя, снятые на волне λ_0

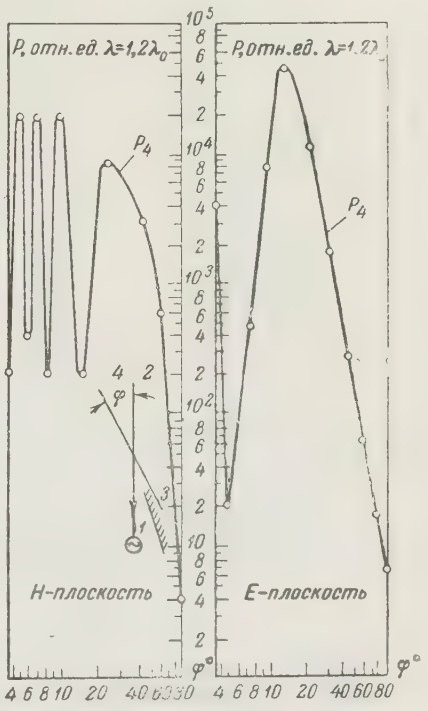


Рис. 3. Характеристики направленного ответвителя, снятые на волне $1{,}2\,\lambda_0$

Следует отметить, что установление аналитической зависимости перехода энергии во вспомогательный тракт затрудняется как наличием интерференционных эффектов в области связи (особенно при малых углах пересечения), так, в частности, изменением эффективности работы возбуждающего устройства и радиуса волновой трубки поверхностной волны в диапазоне частот.

Проведенные исследования подтвердили, однако, возможность регулирования величины коэффициента связи основного тракта с вспомогательным в достаточно широких пределах (от 0 до 95%). С увеличением расстояния между диэлектрическими волноводами наблюдается уменьшение связи, обусловленное ослаблением электромагнитного поля поверхностной волны при удалении от поверхности диэлектрического волновода.

На рис. 2, 3 и 4 приведены кривые, показывающие изменение мощности, ответвляемой во вспомогательный тракт при изменении угла пересечения линий для крестовидных ответвителей, выполненных в *E*- и *H*-плоскостях. На рис. 5 приведены аналогичные кривые для модифицированного антенного ответвителя (плечо 2 заменено участком свободного пространства). Значения направленности $D = 10 \lg \frac{P_4}{P_3}$ крестовидного ответвителя с пересечением линий в *E*- и *H*-плоскостях для различных длин волн и при разных углах φ приведены на рис. 6.

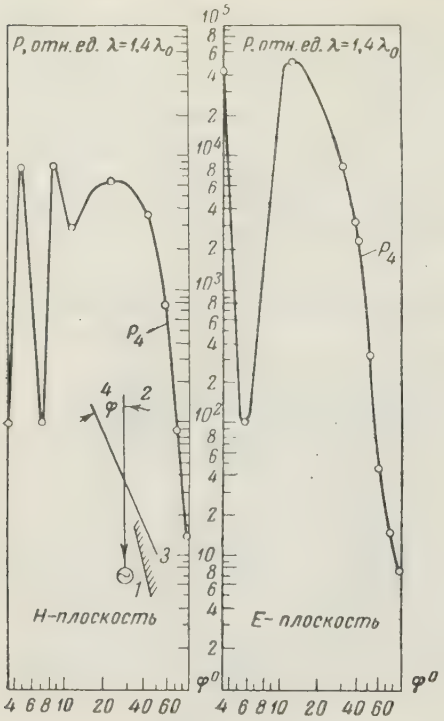


Рис. 4

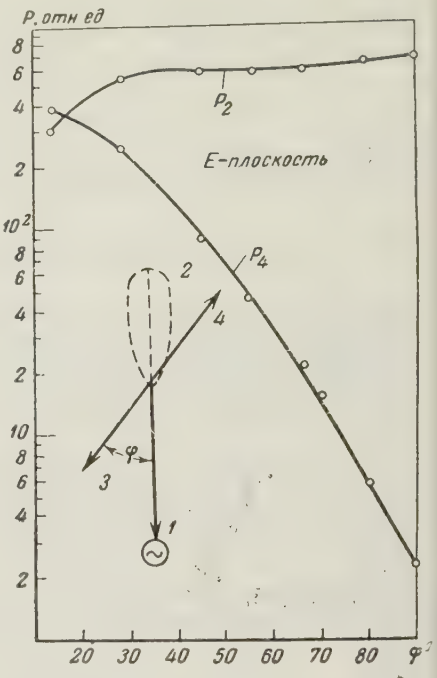


Рис. 5

Рис. 4. Характеристики направленного ответвителя, снятые на волне 1,4 λ_0

Рис. 5. Характеристики направленного ответвителя антенного типа, снятые на волне 1,28 λ_0

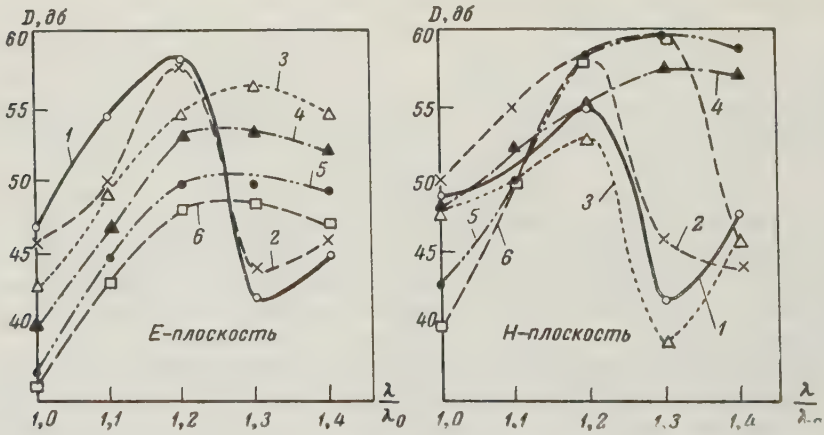


Рис. 6. Направленность ответвителя крестовидного типа в диапазоне волн (1—1,4) λ_0:

1 — $\varphi_H = 8°$; 2 — $\varphi = 12°$; 3 — $\varphi_E = 16°$; 4 — $\varphi = 20°$; 5 — $\varphi_H = 25°$; 6 — $\varphi = 30°$

Измерения также показали, что ответвители с углами пересечения, равными 16 и 30°, сохраняют высокую направленность (свыше 40 *дб*) в диапазоне длин волн (от 1,4 до 0,72 λ_0).

Иллюстрацией получения малого переходного ослабления $C = 10 \lg \frac{P_4}{P_2}$ при сохранении высокой направленности являются графики рис. 7, снятые для тех же ответвителей.

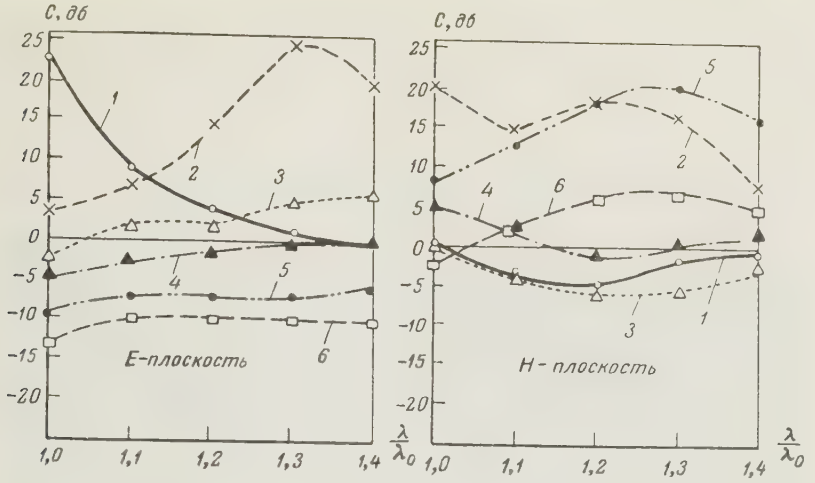


Рис. 7. Переходное ослабление ответвителя крестовидного типа в диапазоне волн (1,— 1,4) λ_0:

1 — $\varphi = 8°$; *2* — $\varphi = 12°$; *3* — $\varphi = 16°$; *4* — $\varphi = 20°$; *5* — $= 25°$; *6* — $\varphi = 30°$

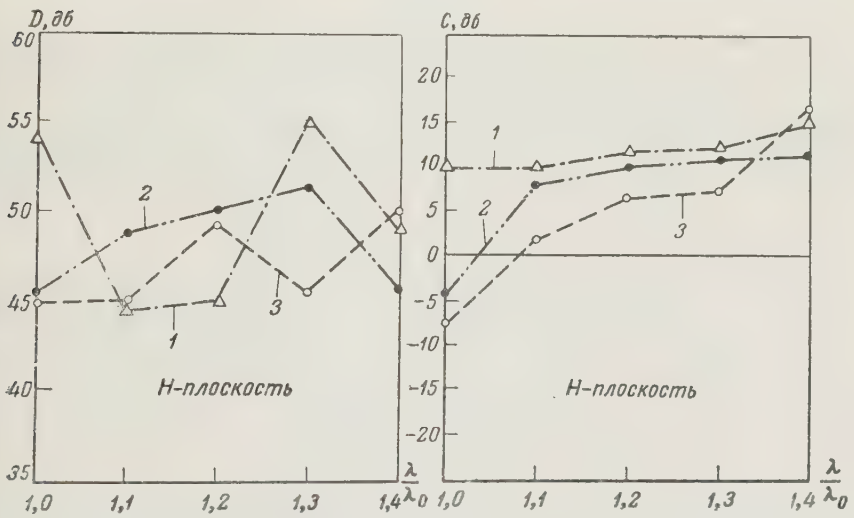


Рис. 8. Характеристики направленного ответвителя со скруткой во вспомогательном тракте:

1 — $\varphi = 20°$; *2* — $\varphi = 25°$; *3* — $\varphi = 30°$

Приведенные результаты получены путем измерений на автоматическом измерителе стоячей волны с использованием поляризационного аттенюатора на 50 *дб*.

Следует отметить, что при измерениях направленности необходимо было предусмотреть меры для уменьшения прямой передачи сигнала из устройства, возбуждающего поверхностную волну в основном тракте, на близлежащий участок плеча *3* вспомогательного тракта. В противном случае непосредственно измеренная направленность ответвителя будет отличаться от направленности двух пересекающихся линий передачи поверхностной волны, обладающих значительной протяженностью. Уменьшение роли этой, нежелательной для ответвителей, передачи сигнала непосредственно из возбуждающего устройства достигалось применением поглощающих колец, располагаемых около возбуждающих рупоров (см. рис. 1, *б*), или введением металлического экрана, как показано на рис. 1, *а* [4].

В дальнейшем выяснилось, что для устранения прямой связи более удобным является добавление во вспомогательный тракт продольной скрутки диэлектрического волновода, изменяющей ориентацию электрического поля в плече *3* на 90°. Характеристики направленного ответвителя со скруткой, снабженной аксиально расположенной металлической решеткой, фиксирующей требуемую ориентацию поля, приведены на рис. 8, а его общий вид – на рис. 9. Сигнал, распространяющийся по основному

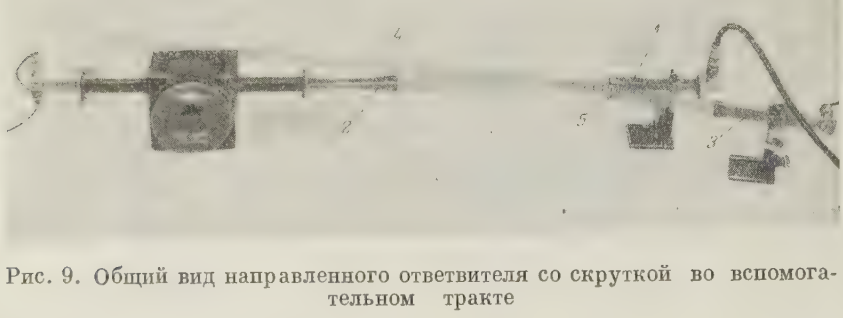


Рис. 9. Общий вид направленного ответвителя со скруткой во вспомогательном тракте

тракту *1—2*, ответвляется частично во вспомогательный тракт *4*. Скрутка с металлической решеткой *5* введена между индикатором отраженного сигнала *3* и участком пересечения линий.

Отметим, что разработка направленных ответвителей антенного типа с применением диэлектрических стержневых антенн из материала с высокой (от 12 до 30) диэлектрической проницаемостью (смеси с разными концентрациями порошка титаната бария в полистироле) обеспечила, в частности, создание ряда новых измерительных приборов [5, 6].

Для применения в линиях с весьма большим замедлением фазовой скорости поверхностной волны более удобным оказался ответвитель радиального типа. Изменение радиуса волновой трубки поверхностной волны с частотой не сказывается у этого ответвителя на величине переходного ослабления. В промежуточном случае целесообразно применять крестовидный ответвитель, поперечные размеры диэлектрических волноводов которого в области их пересечения плавно уменьшены.

Следует упомянуть, что на том же принципе возможно создание направленных ответвителей и для линий передачи поверхностной волны других типов, например, на зеркальных диэлектрических волноводах, линиях с периодическими замедляющими структурами (металлопластинчатыми, штыревыми и пр.).

Как показали предварительные исследования, конструктивные и эксплуатационные характеристики описанных ответвителей лучше характеристик ответвителя Фокса — Миллера [7], представляющего собой фактически ответвитель А. А. Пистолькорса и М. С. Неймана, выполненный на диэлектрических волноводах, а также лучше ответвителя Кинга [8]. Последний является одним из вариантов (широко применяемого в технике измерений на СВЧ материалов в свободном пространстве) разделителя падающего и отраженного сигналов, выполненного в виде полупрозрачного экрана (см., например, [9]).

На основе описанных направленных ответвителей был создан рефлектометр, применяемый для измерений коэффициентов отражения диэлектрических материалов (рис. 10). Сигнал, распространяющийся от генератора по основному тракту *1*, делится в ответвителе крестовидного типа *2*. Одна часть сигнала падает на измеряемый образец материала *3*, а другая — на эталон коэффициента отражения *4*, представляющий собой плоскопараллельную металлическую решетку. Сигналы, отраженные образцом и эта-

лоном, смешиваются в этом ответвителе и через направленный ответвитель антенного типа *5* поступают на индикатор *6* рефлектометра. Амплитуда и фаза коэффициента отражения образца определяются по углу наклона эталонного отражателя *4* и величине смещения фазовращателя *7*.

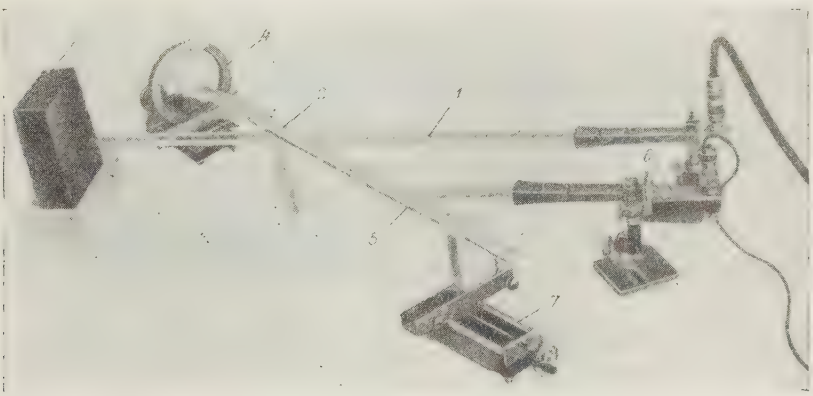


Рис. 10. Общий вид рефлектометра на линиях поверхностной волны

Введением в основной тракт нескольких направленных ответвителей разработанного типа, особенностью которых является возможность обеспечить незначительное переходное ослабление при сохранении высокой направленности, можно по схемам рис. 11, *а*, *б* создать весьма простые в конструктивном отношении многоканальные разветвители [3].

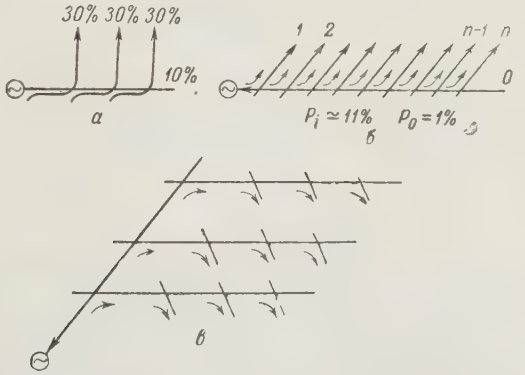


Рис. 11. Схемы разветвителей СВЧ-энергии с малой связью между каналами

На рис. 12 показана многоволновая стержневая диэлектрическая антенна, возбуждаемая четырьмя адаптерными переходами, один из которых нагружен основным стержнем, а три остальных — диэлектрическими стержнями меньшего сечения, образующими, совместно с основным, четырехканальный разветвитель.

Аналогичным образом был создан макет многостержневой диэлектрической антенны [10] с одним возбуждающим патроном (рис. 13). Подобная антенна отличается от известных (см., например, [11], стр. 629) тем, что для ее питания не требуется сложной фидерной системы. Схема такой антенны, у которой направленные ответвители, связывающие линию поверхностной волны с линейками излучающих стержней, расположены в *H*-плоскости, а ответвители, связывающие линейки с излучающими стержнями, — в *E*-плоскости, показана на рис. 11, *в*.

Простота конструкции, высокая направленность в широком диапазоне волн при малом переходном ослаблении и другие особенности направлен-

Рис. 12. Общий вид многоволновой диэлектрической антенны

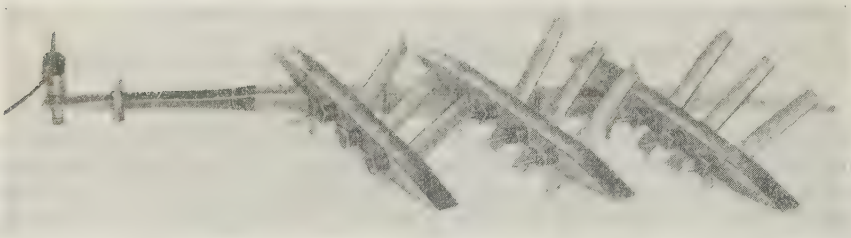


Рис. 13. Общий вид многостержневой диэлектрической антенны с одним возбуждающим патроном

ных ответвителей на линиях поверхностной волны позволяют рассчитывать, что они найдут широкое применение при разработке различных гибридных и балансных устройств, фазовращателей, а также других СВЧ-элементов [12].

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Сергованцев, Миллиметровые волны и их применение, Изд. Советское радио, 1957, стр. 79.
2. Д. И. Мировицкий, Авторск. свидетельство № 124484 от 18 III 1958 г.
3. Д. И. Мировицкий, Авторск. заявка № 628843 от 21 V 1959 г.
4. Д. И. Мировицкий, Авторск. свидетельство № 107448 от 14 V 1956 г.
5. Д. И. Мировицкий, В. Ф. Дубровин, Измерения коэффициента отражения в свободном пространстве, Приборы и техника эксперимента, 1960, 3, 109.
6. Д. И. Мировицкий, Авторск. свидетельство № 121825 от 7 V 1958 г.
7. S. E. Miller, Bell System Techn. J., 1954, **33**, 3, 661.
8. D. D. King, IRE Trans., 1955, **MTT-3**, 6, 35.
9. B. Lenguel, Electronics, 1949, 5, 164; W. A. Cumming, Proc. I. R. E., 1959, 47, 5, 705.
10. Д. И. Мировицкий, Авторск. заявка № 620419 от 27 III 1959 г.
11. Г. З. Айзенберг, Антенны ультракоротких волн, Связьиздат, 1957, 628.
12. Д. И. Мировицкий, Г. Г. Валеев, Гибридные соединения на линиях поверхностной волны, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 7, 1179.

Поступила в редакцию
2 X 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 7

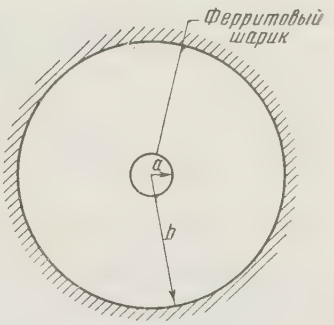
СВОБОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С НАМАГНИЧЕННЫМ ФЕРРИТОВЫМ ШАРИКОМ В ЦЕНТРЕ

А. А. Пистолькорс, Сюй Янь-шэн

Статья посвящена теоретическому исследованию свободных электромагнитных колебаний сферического резонатора, в центре которого находится небольшой ферритовый шарик, намагниченный постоянным полем. Исследуются условия настройки всей системы в резонанс, выводятся выражения для декремента затухания колебаний в зависимости от полуширины кривой ферромагнитного резонанса ΔH. Оценивается влияние потерь в стенках резонатора.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование электромагнитных колебаний в резонаторе с ферритом представляет значительный интерес в связи с вопросом создания ферритовых усилителей на СВЧ. Однако решение этой задачи в общем виде — для резонатора любой формы — очень сложно и целесообразно сначала рассмотреть наиболее простой случай: сферический резонатор с малым ферритовым шариком в его центре (см. рисунок).



1. ПОЛЕ В ИДЕАЛЬНОМ РЕЗОНАТОРЕ. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Вначале будем пренебрегать потерями в стенках резонатора. Рассмотрим сферический резонатор радиуса b, в центре которого помещен ферритовый шарик радиуса a. Предположим, что $k_0 a \ll 1$, где $k_0 = \omega/c$ — волновое число в пустоте.

Известно [1], что поле, создаваемое магнитостатическими колебаниями в малом ферритовом шарике, можно выразить через потенциал Уокера Ψ. Известно также [2], что потенциал Дебая v электромагнитного поля переходит в потенциал Уокера при $k_0 r \ll 1$, причем

$$\frac{\partial}{\partial r}(rv) \simeq \Psi.$$

Предположим, что в незаполненной части резонатора (т. е. при $b > r > a$) существует электромагнитное поле, характеризуемое потенциалом Дебая v_0:

$$v_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} [B_{n,m} j_n(k_0 r) + C_{n,m} n_n(k_0 r)] \; P_n^m(\cos\theta) e^{-im\varphi},$$

где j_n, n_n — сферические радиальные функции первого и второго родов соответственно; $B_{n,m}$, $C_{n,m}$ — коэффициенты, зависящие от граничных

условий. Поле в феррите определяется потенциалом Ψ_i:

$$\Psi_i|_{r=a} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} A_{n,\,m} P_n^m(\cos\theta)\, e^{-im\varphi}.$$

Граничные условия на поверхностях идеального резонатора и ферритового шарика запишутся следующим образом:
при

$$r = b \quad E_t = 0$$

или (как нетрудно показать)

$$B_{n,\,m} j_n(k_0 b) + C_{n,\,m} n_n(k_0 b) = 0. \tag{1}$$

При $r = a$ условие непрерывности H_t приводит к следующему равенству:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rv_0)|_{r=a} = \Psi_i|_{r=a}$$

или

$$\frac{\partial}{\partial r}[B_{n,\,m} r j_n(k_0 r) + C_{n,\,m} r n_n(k_0 r)]|_{r=a} = A_{n,\,m}. \tag{2}$$

Наконец, условие непрерывности нормальной составляющей магнитной индукции b_r требует, чтобы

$$b_{r_i}|_{r=a} = b_{r_0}|_{r=a}$$

или [2], чтобы

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}[B_{n,\,m} r j_n(k_0 r) + C_{n,\,m} r n_n(k_0 r)]|_{r=a} =$$

$$= \frac{A_{n,\,m}}{a}\left[-mk + \sqrt{\frac{\mu}{\mu-1}}\,\frac{P_n^{m'}\left(\sqrt{\frac{\mu}{\mu-1}}\right)}{P_n^m\left(\sqrt{\frac{\mu}{\mu-1}}\right)}\right]. \tag{3}$$

При $k_0 r \ll 1$ можно положить

$$j_n(k_0 r) \simeq \frac{(k_0 r)^n}{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n+1)},$$

$$n_n(k_0 r) \simeq -\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{(k_0 r)^{n+1}},$$

и уравнения (2) и (3) принимают вид

$$B_{n,\,m} q_{1n} (k_0 a)^n + C_{n,\,m} \frac{q_{2n}}{(k_0 a)^{n+1}} = A_{n,\,m}, \tag{4}$$

$$B_{n,\,m} n q_{1n} (k_0 a)^n - C_{n,\,m} q_{2n} \frac{n+1}{(k_0 a)^{n+1}} = A_{n,\,m}(F - n - 1), \tag{5}$$

где

$$q_{1n} = \frac{n+1}{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n+1)};$$

$$q_{2n} = n \cdot 1\cdot 3\cdot 5 \ldots (2n-1);$$

$$F = n + 1 - mk + \sqrt{\frac{\mu}{\mu-1}}\,\frac{P_n^{m'}\left(\sqrt{\frac{\mu}{\mu-1}}\right)}{P_n^m\left(\sqrt{\frac{\mu}{\mu-1}}\right)}.$$

Из уравнений (1), (4), (5) получим характеристическое уравнение, определяющее резонансные частоты резонатора:

$$\frac{F j_n(k_0 b)}{q_{1n}(k_0 a)^n} - \frac{(F-2n-1)(k_0 a)^{n+1} n_n(k_0 b)}{q_{2n}} = 0. \tag{6а}$$

Это уравнение можно переписать следующим образом:

$$\frac{j_n(k_0 b)}{n_n(k_0 b)} = (k_0 a)^{2n+1} \frac{q_{1n}}{q_{2n}} \frac{F-2n-1}{F} \tag{6б}$$

или

$$\frac{n_n(k_0 b)}{j_n(k_0 b)} = (k_0 a)^{-2n-1} \frac{q_{2n}}{q_{1n}} \frac{F}{F-2n-1}. \tag{6в}$$

Из этих двух уравнений следует важный вывод: в резонаторе надо отличать два предельных случая колебаний. В первом из них правая часть уравнения (6б) близка к нулю; это имеет место, когда мы находимся далеко от ферромагнитного резонанса, или когда образец очень мал, или в случае резонанса) когда полуширина ΔH резонансной кривой велика. В таком случае

$$j_n(k_0 b) = 0$$

и собственные колебания резонатора с ферритом переходят в колебания пустого резонатора.

Если правая часть уравнения (6в) близка к нулю (что имеет место при ферромагнитном резонансе и малой величине ΔH), то $n_n(k_0 b) \simeq 0$.

В этом случае поле резонатора (вне феррита) подобно полю резонатора с проводящим шариком в центре.

2. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ. СМЕЩЕНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ. ДОБРОТНОСТЬ РЕЗОНАТОРА

При учете потерь в феррите F и k_0 становятся комплексными. Нас интересует случай, когда добротность резонатора остается достаточно большой по сравнению с единицей. Поэтому положим

$$k_0 = k' + i\Delta k, \quad \Delta k \ll k'.$$

Зададимся сперва условием $n_n(k' b)$ не близко к нулю и рассмотрим случай расстроенного феррита, когда

$$|F + ig\Delta H| \gg |g\Delta H|.$$

Здесь $g = \partial F/\partial H$ (g — отрицательно). Чтобы найти резонансную частоту и мнимое приращение частоты $i\Delta k$, разложим обе части уравнения (6б) в ряд Тейлора и, ограничившись его двумя членами, приравняем действительные и мнимые части. Приращение F в данном случае можно не учитывать.

Имея в виду, что (см. Приложение)

$$\left[\frac{j_n(k'b)}{n_n(k'b)}\right]' = -\frac{1}{(k'b)^2[n_n(k'b)]^2},$$

где штрих обозначает производную по аргументу, получим

$$\frac{j_n(k'b)}{n_n(k'b)} \simeq (k'a)^{2n+1} \frac{q_{1n}}{q_{2n}} \left(\frac{F-2n-1}{F}\right) \ll 1,$$

$$\frac{\Delta k}{k'} \simeq -\frac{(2n+1)}{F^2} \frac{q_{1n}}{q_{2n}} g\Delta H (k'a)^{2n+1} (k'b)[n_n(k'b)]^2. \tag{7}$$

Первыми членами ряда Тейлора можно ограничиться при условии

$$\left|\frac{\Delta k}{k'} \frac{k'b n_n'(k'b)}{n_n(k'b)}\right| \ll 1.$$

Поскольку добротность резонатора $Q = k'/2\Delta k$, это неравенство переходит в следующее, уточняющее минимальное допустимое значение Q:

$$Q \geqslant \left| \frac{k'bn'_n(k'b)}{2n_n(k'b)} \right|.$$

В случае ферромагнитного резонанса ($F = 0$) мы должны учитывать приращение F при изменении частоты. Тогда

$$\frac{j_n(k'b)}{n_n(k'b)} + i\Delta kb\left[\frac{j_n(k'b)}{n_n(k'b)}\right]' \simeq (k_0a)^{2n+1}\frac{q_{1n}}{q_{2n}}\left(1 + i\frac{2n+1}{g\Delta H + \Delta kF'}\right),$$

где F' — производная по k. Отсюда

$$\frac{j_n(k'b)}{n_n(k'b)} \simeq (k'a)^{2n+1}\frac{q_{1n}}{q_{2n}}\left[1 - \frac{(2n+1)^2\Delta k}{(g\Delta H + \Delta kF')k'}\right],$$

а для Δk получаем квадратное уравнение:

$$\Delta kb\left[\frac{j_n(k'b)}{n_n(k'b)}\right]' \simeq \frac{2n+1}{\Delta kF' + g\Delta H}(k'a)^{2n+1}\frac{q_{1n}}{q_{2n}}.$$

Его решением будет

$$\Delta k \simeq -\frac{g\Delta H}{2F'} + \frac{g\Delta H}{2F'}\sqrt{1 - \frac{4(k'a)^{2n+1}F'}{(g\Delta H)^2}\frac{q_{1n}}{q_{2n}}(2n+1)(k'b)[n_n(k'b)]^2k'}. \tag{8а}$$

При больших значениях ΔH, когда второе слагаемое под корнем много меньше первого,

$$\Delta k \simeq -\frac{(k'a)^{2n+1}q_{1n}}{g\Delta H\, q_{2n}}(2n+1)(k'b)[n_n(k'b)]^2k'. \tag{8б}$$

В этом случае добротность резонатора растет вместе с ΔH. При малых значениях ΔH величина Δk становится комплексной. Ее вещественная часть, характеризующая затухание, оказывается равной

$$\mathrm{Re}\,(\Delta k) \simeq -\frac{g\Delta H}{2F'}; \tag{8в}$$

добротность резонатора будет обратно пропорциональна ΔH. Мнимая часть Δk даст поправку к резонансной частоте.

Заметим, что для колебаний типов $(m, -m)$ и $(m+1, -m)$

$$g = -|\gamma|\frac{\partial F}{\partial \omega} = -\frac{|\gamma|}{c}F'.$$

Для этих колебаний

$$\mathrm{Re}\,\frac{\Delta k}{k'} \simeq \frac{\Delta H|\gamma|}{2\omega} \tag{8г}$$

и затухание не зависит от намагниченности насыщения феррита M_0.

Методом, аналогичным предыдущему, исследуемым случай, когда

$$F - 2n - 1 = 0.$$

Мы получим

$$j_n(k'b) \simeq 0$$

и для не очень больших ΔH

$$\frac{\Delta k}{k'} \simeq \frac{-g\Delta H(k'b)[n_n(k'b)]^2}{(2n+1)\frac{q_{2n}}{q_{1n}}(k'a)^{-2n-1} + k'F'(k'b)[n_n(k'b)]^2}. \tag{9}$$

и малых размерах ферритовой сферы вторым слагаемым в знаменае, как правило, можно пренебречь. Добротность резонатора обратно опорциональна ΔH.

Поставим теперь другое условие для резонатора:

$$j_n(k'b) \neq 0.$$

льзуясь уравнением (6в) и рассмотрев случаи, аналогичные предыдум, получим следующие результаты.

а) $|F| \geqslant |g\Delta H|$, $F \neq 2n+1$:

$$\frac{n_n(k'b)}{j_n(k'b)} \simeq (k'a)^{-2n-1} \frac{q_{2n}}{q_{1n}} \frac{F}{F-2n-1},$$

$$\frac{\Delta k}{k'} \simeq -\frac{q_{2n}}{q_{1n}} \frac{2n+1}{(F-2n-1)^2} \frac{g\Delta H}{(k'a)^{2n+1}\left\{b\left[\frac{n_n(k'b)}{j_n(k'b)}\right]' - \frac{2n+1}{k'}\frac{n_n(k'b)}{j_n(k'b)}\right\}}. \tag{10}$$

ловием применимости ряда Тейлора к левой части уравнения (6в) ет теперь неравенство

$$Q \geqslant \left| \frac{k'b\, j_n'(k'b)}{2 j_n(k'b)} \right|.$$

б) $F = 2n+1$:

$$\frac{n_n(k'b)}{j_n(k'b)} \simeq \sqrt{(2n+1)\frac{q_{2n}}{q_{1n}} \frac{(k'a)^{-2n-1}}{k'F'} (k'b)\left[\frac{n_n(k'b)}{j_n(k'b)}\right]'}. \tag{11}$$

и малых радиусах сферы расстройка получается большой. Резонансое условие приближается к $j_n(k'b) = 0$,

$$\frac{\Delta k}{k'} \simeq -\frac{g\Delta H}{2k'F'}.$$

в) $F = 0$:

$$n_n(k'b) \simeq 0,$$

$$\frac{\Delta k}{k'} \simeq -\frac{g\Delta H}{k'F'}. \tag{12}$$

т случай дает наибольшее затухание и, следовательно, сильнее всего жает добротность резонатора.

Приведем несколько численных примеров.

При $\omega'/4\pi|\gamma|M_0 = 1$, $k'a = 0{,}1$ формула (8б) соответствует
$\Delta H \geqslant 40$ *эрс* для колебаний типа $(1, -1)$,
$\Delta H \geqslant 0{,}66$ *эрс* для колебаний типа $(2, -1)$.

1. Поле в резонаторе определяется условием $j_n(k'b) \simeq 0$; рассматриваем чай ферромагнитного резонанса $F = 0$, волна 3 *см*. Положим $4\pi|\gamma|M_0 = 1$, $k'a = 0{,}1$ (для волны 3 *см* это соответствует радиусу $\simeq 0{,}5$ *мм*) и $\Delta H = 60$ *эрс*. Вычисляем по формуле (8б) и получаем колебаний типа $(1, -1)$ $Q \simeq 200$; для колебаний типа $(2, -1)$ $\simeq 8 \cdot 10^5$.

При этих значениях добротности условие применимости ряда Тейлора полняется.

2. Резонансное условие для резонатора $n_n(k'b) \simeq 0$. При ферромагном резонансе $F = 0$. Положим $k'a = 0{,}1$ и $\Delta H = 1$ *эрс*, тогда для х колебаний типов $(m, -m)$ и $(m+1, -m)$ получим $Q \simeq 1800$.

3. НОВОЕ РЕЗОНАНСНОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ КОЛЕБАНИЙ РЕЗОНАТОРА ТИПА $j_n(k'b) \simeq 0$

Из вышеизложенного видно, что при $F = 2n + 1 = 0$ наблюдаются своего рода резонансные явления. Исследование параметров феррита, при которых $F = 2n + 1$, показывает, что для колебаний в феррите типов $(m, -m)$ и $(m+1, -m)$ это равенство имеет место при $H_i = 0$. Для типов (m, m) и $(m+1, m)$ оно эквивалентно условию $\omega = |\gamma| H_i$. Для типов $(m+2, -m)$ получается

$$\Delta = \frac{-(2m^2+3m+1)\Omega_H \pm \sqrt{(2m^2+3m+1)^2\Omega_H^2 + 2m^2(m+1)(2m+3)}}{m(2m+3)},$$

для типов $(m+2, m)$

$$\Delta = \frac{-(2m^2+3m-1)\Omega_H}{m(2m+3)} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{(2m^2+3m-1)^2\Omega_H^2 + m(2m+3)[2m(m+1)\Omega_H + 4\Omega_H^2]}}{m(2m+3)}.$$

Здесь

$$\Omega_H = \frac{H_i}{4\pi M_0}, \quad \Omega = \frac{\omega}{4\pi|\gamma| M_0}, \quad m \neq 0, \quad \Delta = \Omega - \Omega_H.$$

Однако для колебаний типа $(2, 0)$ выполнение условия $F = 5$ при конечном значении подмагничивающего поля оказывается невозможным.

В частности, для типа $(3,-1)$ это условие устанавливает следующую связь между подмагничивающим полем и частотой:

при $\Omega_H = 1{,}0$ $\quad \Omega = 1{,}296,$

при $\Omega_H = 2{,}0$ $\quad \Omega = 2{,}16.$

Для типа (3,1) эта зависимость иная:

при $\Omega_H = 1{,}0$ $\quad \Omega = 1{,}696,$

при $\Omega_H = 2{,}0$ $\quad \Omega = 2{,}96.$

4. УЧЕТ КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СТЕНКИ РЕЗОНАТОРА

На практике проводимость стенки всегда конечна, поэтому представляет интерес рассмотреть ее влияние на колебания резонатора. В этом случае граничные условия требуют равенства касательных составляющих E и H на границе раздела и принимают вид

$$B_{n,m} j_n(k_0 b) + C_{n,m} n_n(k_0 b) = D_{n,m} h_n^{(2)}(k_1 b),$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left\{r[B_{n,m} j_n(k_0 r) + C_{n,m} n_n(k_0 r)]\right\}\Big|_{r=b} = \frac{\partial}{\partial r}[r D_{n,m} h_n^{(2)}(k_1 r)]\Big|_{r=b},$$

где

$$|k_1^2| = \left|\omega^2\left(\varepsilon - \frac{4\pi\sigma i}{\omega}\right)\right| \gg k_0^2.$$

Здесь ε и σ — электрическая проницаемость и проводимость стенки, $B_{n,m}$, $C_{n,m}$, $D_{n,m}$ — коэффициенты.

Учитывая, что $|k_1 b| \gg 1$ и используя асимптотическое представление функции Ханкеля, получим

$$B_{n,m} j_n(k_0 b) + C_{n,m} n_n(k_0 b) = \frac{i}{k_1 b}[B_{n,m} k_0 r j_n(k_0 r) +$$

$$+ C_{n,m} k_0 r n_n(k_0 r)]'|_{r=b}. \qquad (1')$$

Следовательно, чтобы учесть конечную проводимость стенки резонатора, достаточно заменить уравнение (1) уравнением (1′). Тогда характеристи

кое уравнение примет вид

$$\frac{j_n(k_0b)}{n_n(k_0b)}\left[1-\frac{i}{k_1b}\left\{\frac{[k_0bj_n(k_0b)]'}{j_n(k_0b)}-\frac{[k_0bn_n(k_0b)]'}{n_n(k_0b)}\right\}\right]=\frac{q_{1n}}{q_{2n}}(k_0a)^{2n+1}\frac{F-2n-1}{F}. \quad (6')$$

следование этого уравнения показывает, что при $|k_1^2| \gg |k_0^2|$ (что гда имеет место) учет конечной проводимости стенки дает лишь не-ьшие поправки к резонансной частоте и добротности резонатора. ияние ее невелико.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретическое исследование собственных колебаний сферического ре-натора с малым ферритовым шариком в центре показывает, что резо-нансные условия для резонатора при любых настройках феррита (лю-м F) и высокой добротности резонатора близки к $j_n(k'b)=0$ и $(k'b)=0$. Первое условие выполняется точно при $F=2n+1$, второе — и $F=0$.

В статье приведены формулы для расчета затухания колебаний в зонаторе для разных значений ΔH. При малых ΔH наибольшее зату-ние феррит вносит, когда $F=0$ и $n_n(k'b)=0$. При $F=0$ и $j_n(k'b)=0$ ухание будет вдвое меньше.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод равенства $\frac{d}{d\rho}\left[\frac{j_n(\rho)}{n_n(\rho)}\right]=-\frac{1}{\rho^2[n_n(\rho)]^2}$

Очевидно, что

$$\frac{d}{d\rho}\left[\frac{j_n(\rho)}{n_n(\rho)}\right]=\frac{1}{[n_n(\rho)]^2}\left[n_n(\rho)\frac{d}{d\rho}j_n(\rho)-j_n(\rho)\frac{d}{d\rho}n_n(\rho)\right].$$

Из книги Стрэттона [3] известно, что

$$\frac{d}{d\rho}z_n(\rho)=\frac{1}{2n+1}[nz_{n-1}(\rho)-(n+1)z_{n+1}(\rho)];$$

сь $z_n(\rho)$ обозначает функцию $j_n(\rho)$ или $n_n(\rho)$. Следовательно,

$$\frac{d}{d\rho}\left[\frac{j_n(\rho)}{n_n(\rho)}\right]=\frac{1}{(2n+1)[n_n(\rho)]^2}[n\{n_n(\rho)j_{n-1}(\rho)-j_n(\rho)n_{n-1}(\rho)\}-$$
$$-(n+1)\{n_n(\rho)j_{n+1}(\rho)-j_n(\rho)n_{n+1}(\rho)\}].$$

Используя известные формулы

$$N_{n-1}(\rho)J_n(\rho)-N_n(\rho)J_{n-1}(\rho)=\frac{2}{\pi\rho},$$

$$j_n(\rho)=\sqrt{\frac{\pi}{2\rho}}J_{n+\frac{1}{2}}(\rho), \qquad n_n(\rho)=\sqrt{\frac{\pi}{2\rho}}N_{n+\frac{1}{2}}(\rho),$$

тучим

$$\frac{d}{d\rho}\left[\frac{j_n(\rho)}{n_n(\rho)}\right]=-\frac{1}{\rho^2[n_n(\rho)]^2}.$$

алогично

$$\frac{d}{d\rho}\left[\frac{n_n(\rho)}{j_n(\rho)}\right]=\frac{1}{\rho^2[j_n(\rho)]^2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

L. R. Walker, Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance, Phys. Rev., 1957, 105, 2, 390.
А. А. Пистолькорс, Сюй Янь-шэн, Колебания малой гиротропной сферы в поле плоской волны, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 1, 3.
Дж. А. Стрэттон, Теория электромагнетизма, ОГИЗ, 1958, стр. 357.

Поступила в редакцию
18 I 1960

1960 № 7

К ТЕОРИИ МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ, ОБРАЗОВАННОЙ СИСТЕМОЙ ПЕРЕМЕННОФАЗНЫХ ПРОВОДНИКОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ПОВЕРХНОСТИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

Л. Н. Лошаков

Изложены результаты приближенного расчета распространения электромагнитной волны типа *TEM* вдоль системы переменнофазных проводников, расположенных на поверхности кругового цилиндра, при наличии двух коаксиальных экранов. Для расчета использованы электродинамический метод и упрощающее предположение о том, что азимутальное электрическое поле в узких зазорах между соседними проводниками может быть представлено в виде прямоугольной функции.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей статье излагается приближенная теория распространения волны типа *TEM* в многопроводной линии, состоящей из переменнофазных проводников, расположенных на поверхности кругового цилиндра, и коаксиальных внутреннего и внешнего экранов. Поперечное сечение исследуемой линии и принятая система координат показаны на рис. 1.

Расчет произведен электродинамическим методом при упрощающем допущении о том, что азимутальная составляющая электрического поля E_φ в зазорах между противофазными (основными) проводниками представляется при помощи прямоугольной функции. Указанное допущение, значительно упрощающее расчет, должно быть приближенно справедливым при достаточно узких зазорах (щелях) между проводниками (угловой размер щелей обозначен через δ). В процессе расчета также сделано предположение о бесконечно малой толщине основных проводников и обычное допущение об идеальной проводимости этих проводников и экранов.

В результате расчета получены простые формулы для приближенного определения волнового сопротивления линии.

Исследуемая многопроводная линия в последнее время получила применение в качестве колебательной системы электронных приборов СВЧ-хелитронов [1].

1. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПОЛЕЙ В ЛИНИИ

Из уравнений Максвелла можно установить, что в случае волны типа *TEM* ($E_z = H_z = 0$) поперечные составляющие электрического (E_r, E_φ) и магнитного (H_r, H_φ) полей удовлетворяют уравнениям вида

$$\frac{\partial^2 L}{\partial z^2} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 L}{\partial t^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial r^2} + \frac{3}{r}\frac{\partial L}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 L}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2} L = 0, \tag{2}$$

где $L = E_r, E_\varphi, H_r, H_\varphi$; ε, μ — параметры диэлектрика между проводниками линии. Здесь и в дальнейшем применяется рациональная практическая система единиц.

При гармонической зависимости полей от времени t в виде $e^{j\omega t}$ (ω — круговая частота) уравнение (1) приводит к зависимости полей от про-

льной координаты z, определяемой множителем $e^{\pm jkz}$, где $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ — овая постоянная безграничного диэлектрика, что является типичным *TEM* волны. Знак минус соответствует прямой волне, рассмотре- м которой достаточно ограничиться в дальнейшем. Уравнение (2) лается методом разделения переменных. Полагая

$$L = R(r)\,\Phi(\varphi)\,e^{j\omega t - jkz},$$

функций Φ и R можем получить уравнения

$$\Phi'' + m^2n^2\Phi = 0, \tag{3}$$

$$r^2R'' + 3rR' + (1 - m^2n^2)\,R = 0, \tag{4}$$

постоянная разделения с учетом дальнейшего изложения представ- а в виде произведения двух величин, причем через n обозначено ло пар щелей в пределах изменения угла φ от 0 до 2π. По условию иодичности постоянная разделения, а следовательно и величина m, жна быть целым числом.

Решением уравнения (3) для каждого m является

$$\Phi_m = A_m\cos(mn\varphi) + B_m\sin(mn\varphi). \tag{5}$$

Уравнение (4) при условии $mn \neq 0$, справедливом для рассматривае- й задачи, имеет решение [2]

$$R_m = C_{1m}r^{mn-1} + C_{2m}r^{-(mn+1)}. \tag{6}$$

В силу сложного характера граничных условий на поверхности $r = b$ с. 1), исходя из (5) — (6), для азимутальной составляющей электри- кого поля E_φ в области $a \leqslant r \leqslant b$ примем выражение

$$E_{\varphi I} = e^{j\omega t - jkz}\sum_m C_{1m}\left(r^{mn-1} - \frac{a^{2mn}}{r^{mn+1}}\right)[A_m\cos(mn\varphi) + B_m\sin(mn\varphi)]. \tag{7}$$

В формуле (7) учтено, что $E_{\varphi I} = 0$ при $r = a$.

Выражение для радиальной компоненты электрического поля в об- ти $a \leqslant r \leqslant b$ запишем в виде

$$E_{rI} = e^{j\omega t - jkz}\sum_m [D_{1m}r^{mn-1} + D_{2m}r^{-(mn+1)}][F_m\cos(mn\varphi) + G_m\sin(mn\varphi)].$$

Связь между коэффициентами D_{1m}, D_{2m}, F_m, G_m и C_{1m}, A_m, B_m мо- ет быть установлена при помощи соотношения

$$r\frac{\partial E_\varphi}{\partial r} + E_\varphi = \frac{\partial E_r}{\partial\varphi}, \tag{8}$$

екающего из уравнений Максвелла. Соотношение (8) справедливо и любых r и φ, поэтому оно должно выполняться раздельно для чле- , содержащих $\cos(mn\varphi)$ и $\sin(mn\varphi)$, в которые входят одинаковые пени r. Применяя это соотношение, находим

$$E_{rI} = e^{j\omega t - jkz}\sum_m C_{1m}\left(r^{mn-1} + \frac{a^{2mn}}{r^{mn+1}}\right)[A_m\sin(mn\varphi) - B_m\cos(mn\varphi)]. \tag{9}$$

В области II выражение для компоненты поля E_φ, удовлетворяющее ничному условию ($E_\varphi = 0$) на внешнем экране ($r = d$), может быть исано в виде

$$E_{\varphi II} = e^{j\omega t - jkz}\sum_m \widetilde{C}_{2m}\left(\frac{1}{r^{mn+1}} - \frac{r^{mn-1}}{d^{2mn}}\right)[\widetilde{A}_m\cos(mn\varphi) + \widetilde{B}_m\sin(mn\varphi)]. \tag{10}$$

Аналогично предыдущему, при помощи соотношения (8) получаем выражение для поля $E_{r\text{II}}$:

$$E_{r\text{II}} = e^{j\omega t - jkz} \sum_m \widetilde{C}_{2m} \left(\frac{1}{r^{mn+1}} + \frac{r^{mn-1}}{d^{2mn}} \right) [\widetilde{B}_m \cos(mn\varphi) - \widetilde{A}_m \sin(mn\varphi)]. \quad (11)$$

Остальные компоненты полей определяются из найденных выражений (7), (9) и (10), (11) при помощи уравнений Максвелла в соответствии с формулами

$$H_{\varphi\text{I, II}} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, E_{r\text{I, II}}, \quad (12)$$

$$H_{r\text{I, II}} = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, E_{\varphi\text{I, II}}. \quad (13)$$

Постоянные интегрирования A_m, B_m, C_{1m} связаны с аналогичными величинами $\widetilde{A}_m$, $\widetilde{B}_m$, $\widetilde{C}_{2m}$ условием непрерывности $E_{\varphi\text{I}} = E_{\varphi\text{II}}$ на границе $r = b$. Условие непрерывности должно выполняться при любых φ, поэтому, приравнивая ряды (7) и (10) почленно, находим

$$A_m C_{1m} \left(b^{mn-1} - \frac{a^{2mn}}{b^{mn+1}} \right) = \widetilde{A}_m \widetilde{C}_{2m} \left(\frac{1}{b^{mn+1}} - \frac{b^{mn-1}}{d^{2mn}} \right) = p_m, \quad (14)$$

$$B_m C_{1m} \left(b^{mn-1} - \frac{a^{2mn}}{b^{mn+1}} \right) = \widetilde{B}_m \widetilde{C}_{2m} \left(\frac{1}{b^{mn+1}} - \frac{b^{mn-1}}{d^{2mn}} \right) = q_m. \quad (15)$$

Очевидно, что величины p_m и q_m представляют собой коэффициенты разложения Фурье для функции, описывающей зависимость поля E_φ от координаты φ на поверхности расположения основных проводников.

Для рассматриваемой задачи поля в соседних щелях имеют противоположные направления, т. е.

$$E_\varphi \left(\varphi + \frac{\pi}{n} \right) = -E_\varphi(\varphi), \quad (16)$$

поэтому индекс m не должен принимать нулевого и четных значений.

С учетом формул (14) — (15) выражения для полей (7), (9), (10) и 11) принимают вид

$$E_{\varphi\text{I}} = e^{j\omega t - jkz} \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1 - \left(\frac{a}{r}\right)^{2mn}}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{2mn}} \left(\frac{r}{b}\right)^{mn-1} [p_m \cos(mn\varphi) + q_m \sin(mn\varphi)], \quad (17)$$

$$E_{r\text{I}} = e^{j\omega t - jkz} \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^{2mn}}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{2mn}} \left(\frac{r}{b}\right)^{mn-1} [p_m \sin(mn\varphi) - q_m \cos(mn\varphi)], \quad (18)$$

$$E_{\varphi\text{II}} = e^{j\omega t - jkz} \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1 - \left(\frac{r}{d}\right)^{2mn}}{1 - \left(\frac{b}{d}\right)^{2mn}} \left(\frac{b}{r}\right)^{mn+1} [p_m \cos(mn\varphi) + q_m \sin(mn\varphi)], \quad (19)$$

$$E_{r\text{II}} = e^{j\omega t - jkz} \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^{2mn}}{1 - \left(\frac{b}{d}\right)^{2mn}} \left(\frac{b}{r}\right)^{mn+1} [q_m \cos(mn\varphi) - p_m \sin(mn\varphi)]. \quad (20)$$

Формулы (17) — (20) совместно с (12) — (13) позволяют сделать неко-ые выводы в отношении радиальной структуры поля. В частности, кно отметить сильную локализацию полей E_φ и H_r вблизи поверхно- $r = b$. Убывание полей E_φ и H_r при удалении от поверхности рас-ложения основных проводников возрастает при увеличении числа пар тивофазных проводников n и номера азимутальной гармоники m. ме того, оно зависит от расположения экранов; приближение вну-ннего и внешнего экранов к поверхности $r = b$ усиливает локализацию полей вблизи нее. Наконец, имеет место более резкое убывание полей в радиальном направлении снаружи поверхности $r = b$, чем в области $r < b$.

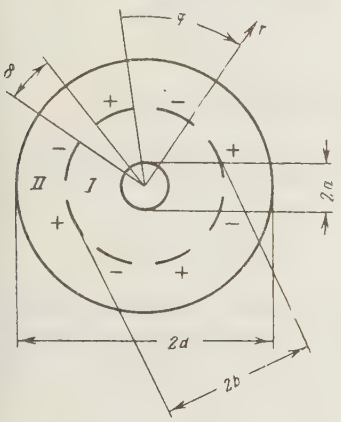


Рис. 1

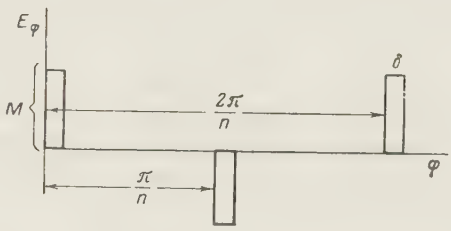


Рис. 2

В отсутствие экранов ($a = 0$, $d = \infty$) все четыре компоненты поля вают одинаковым образом при удалении от поверхности $r = b$. При ичии экранов радиальная структура полей E_r, H_φ становится более жной и имеет место в общем случае более равномерное распределе-полей E_r и H_φ в пределах заданного участка поперечного сечения ии.

Из изложенного следует, что изучаемый тип волны в поперечном нии обладает свойствами поверхностной волны (эти свойства более со выражены при $mn \gg 1$), однако характерное для поверхностной ы замедление в направлении ее распространения отсутствует.

Отметим, что содержащиеся в формулах (17) — (20) азимутальные оники не соответствуют пространственным гармоникам замедляющих ем, так как в направлении координаты φ в принципе не существует ка мощности.

В связи с отсутствием продольных полей электрическое поле в попе-ном сечении имеет потенциальный характер, поэтому для расчета ли-можно пользоваться напряжением между соседними проводниками. Оставшиеся неизвестными коэффициенты p_m и q_m должны опреде-ся условием периодического обращения в нуль поля $E_{\varphi\,\mathrm{I,\,II}}$ на поверх-и $r = b$ в местах расположения проводников. Отсчитывая координату края одного из проводников (рис. 1), можем записать указанное ование, налагаемое на поле E_φ, в виде

$$f(\varphi) = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} [p_m \cos(mn\varphi) + q_m \sin(mn\varphi)] = 0 \qquad (21)$$

$\delta \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{n}$; $\frac{\pi}{n} + \delta \leqslant \varphi \leqslant \frac{2\pi}{n} \ldots$, причем в силу условия симметрии достаточно выполнения равенства (21) в первом интервале.

К сожалению, в определении коэффициентов p_m и q_m имеются трудно связанные с тем, что функция $f(\varphi)$ задана условием (21) только на и периода. Поэтому ниже рассматривается приближенное решение чи в предположении, что при достаточно узких щелях поле E_φ в

пределах щели может считаться постоянным. Представление $f(\varphi)$ пр помощи прямоугольной функции (рис. 2) позволяет определить коэффи циенты p_m и q_m по известным формулам гармонического анализа, при меняя которые, получим

$$\left.\begin{aligned} p_m &= \frac{2M}{m\pi}\sin(mn\delta), \\ q_m &= \frac{4M}{m\pi}\sin^2\left(\frac{mn\delta}{2}\right), \end{aligned}\right\} \quad (m = 1, 3, 5\ldots) \tag{22}$$

где M — амплитуда поля в щели.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

При принятой идеализации в отношении электрического поля в ще лях естественно для определения волнового сопротивления линии исполь зовать соотношение

$$\rho = \frac{U_m^2}{2P}, \tag{23}$$

где U_m — амплитуда напряжения между соседними противофазными про водниками; P — средний по времени поток мощности вдоль линии.

В соответствии с формулами (17) — (20) поток мощности P опреде лится выражением

$$P = \frac{\pi b^2}{n}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{1-\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)}\frac{p_m^2+q_m^2}{m}. \tag{24}$$

Для напряжения U_m в общем случае имеем

$$U_m = \int_0^{\delta}|E_\varphi(b)|\,bd\varphi = \frac{b}{n}\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty}\left[p_m\frac{\sin(mn\delta)}{m} + q_m\frac{1-\cos(mn\delta)}{m}\right].$$

В случае справедливости формул (22) $U_m = Mb\delta$. Подставляя вы жение (24) в соотношение (23) для случая, когда p_m и q_m определяют формулами (22), и полагая $U_m = Mb\delta$, находим

$$\rho = \frac{\pi n\delta^2}{32}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{1-\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)}\frac{\sin^2\left(\frac{mn\delta}{2}\right)}{m^3}}\ \text{ом}. \tag{25}$$

Амплитуда суммарного тока, текущего вдоль всех синфазных прово ников, может быть определена в соответствии с соотношением

$$nI_m = n\int_{\delta}^{\frac{\pi}{n}}|H_{\varphi\mathrm{II}} - H_{\varphi\mathrm{I}}|\,bd\varphi, \tag{26}$$

которое с учетом найденных выше выражений для полей дает

$$nI_m = 2b\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\times$$

$$\times\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{1-\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)}\frac{p_m[1+\cos(mn\delta)]+q_m\sin(mn\delta)}{m}. \tag{27}$$

В выражениях (26) — (27) через I_m обозначена амплитуда тока на ом проводнике.

Используя формулу (27), с помощью соотношения

$$\rho = \frac{2P}{(nI_m)^2}$$

кно также получить выражение для волнового сопротивления линии, орое при применении формул (22) принимает вид

$$\rho = \frac{\pi}{2n}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\sum\limits_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1-\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)} \frac{\sin^2\left(\frac{mn\delta}{2}\right)}{m^3}}{\left[\sum\limits_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1-\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)} \frac{\sin(mn\delta)}{m^2}\right]^2} \text{ ом.} \quad (28)$$

Наконец, волновое сопротивление можно определить по формуле

$$\rho = \frac{U_m}{nI_m},$$

орая в рассматриваемом выше приближении дает

$$\rho = \frac{\pi\delta}{8}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\sum\limits_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1-\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)} \frac{\sin(mn\delta)}{m^2}} \text{ ом.} \quad (29)$$

Найденные выражения (25), (28) и (29) мало удобны для сравнительной ки и численного расчета. Поэтому в дальнейшем рассматривается образование указанных формул к виду, удобному для практического ользования.

3. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Из приведенных выше формул следует, что в случае не очень близких анов влияние их на волновое сопротивление линии будет малым. По- му в основном будем рассматривать линию без экранов.

Для отыскания сумм тригонометрических рядов, входящих в формулы и (28), воспользуемся известным соотношением [3]

$$\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\cos mx}{m} = \frac{1}{2}\ln \operatorname{ctg}\frac{x}{2}. \quad (30)$$

агая

$$\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\sin^2 mx}{m^3} = S(x),$$

ленным дифференцированием по x находим

$$S'(x) = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\sin 2mx}{m^2}$$

и

$$S''(x) = 2\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\cos 2mx}{m} = \ln \operatorname{ctg} x,$$

причем учтена формула (30). Полагая x малым и интегрируя при начальном условии $S'(0) = 0$, имеем [4]

$$S'(x) = -\int \ln \operatorname{tg} x\, dx = -x\ln x + x - \frac{x^3}{9} - \ldots \simeq x\ln\left(\frac{e}{x}\right). \qquad (31)$$

Повторное интегрирование последнего соотношения с учетом начального условия $S(0) = 0$ дает выражение для искомой суммы

$$S(x) = -\frac{x^2}{2}\ln x + \frac{3x^2}{4} - \frac{x^4}{36} + \ldots \simeq \frac{x^2}{2}\ln\left(\frac{e^{3/2}}{x}\right). \qquad (32)$$

В отсутствие экранов и при малых $n\delta$ выражения (25), (28) и (29) при помощи формул (31) — (32) легко могут быть приведены к простому виду

$$\rho = \frac{\pi}{4n}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{1}{\ln\left(\frac{2e^{3/2}}{n\delta}\right)} = \frac{\pi}{4n}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{1}{\ln\left(\frac{2e}{n\delta}\right) + 0{,}5}\ \text{ом}, \qquad (25а)$$

$$\rho = \frac{\pi}{4n}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left[\frac{1}{\ln\left(\frac{2e}{n\delta}\right)} + \frac{0{,}5}{\ln^2\left(\frac{2e}{n\delta}\right)}\right]\text{ом} \qquad (28а)$$

и, наконец,

$$\rho = \frac{\pi}{4n}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{1}{\ln\left(\frac{2e}{n\delta}\right)}\ \text{ом}, \qquad (29а)$$

причем нумерация соответствует исходной.

Приведенные формулы показывают, что при заданных параметрах диэлектрика волновое сопротивление исследуемой линии передачи зависит только от углового размера щели δ и числа пар щелей n. Некоторое численное расхождение между различными вариантами расчета ρ является результатом принятых в работе допущений. Неточность расчета уменьшается при уменьшении величины $n\delta$ *.

В связи с приближенным характером расчета представляет интерес сравнение полученных результатов с данными, имеющимися в литературе.

В [5] приведена (без указания о методе получения) формула для емкости между анодами магнетрона, образованными двумя бесконечно тонкими полуцилиндрами, расположенными в вакууме, которая получила практическую проверку.

В случае малого углового размера щели $\delta \simeq h/b \ll 1$, где h — ширина щели, упомянутая формула дает погонную междуанодную емкость в виде

$$C_1 = \frac{1}{\pi^2}\ln\left(\frac{8b}{h}\right)\frac{см}{см}. \qquad (33)$$

При помощи известного соотношения

$$C_1\left(\frac{см}{см}\right) = \frac{30}{\rho\ (ом)}$$

при $n = 1$ и $\sqrt{\mu/\varepsilon} = 120\pi$ *ом* легко установить, что формула (25а) приводит к выражению для погонной емкости, отличающемуся от (33) лишь

* В результате допущенных приближений $\frac{1}{2}nI_m U_m$ точно не равно P, рассчитанному по формуле (24).

оэффициентом 9 вместо 8 под знаком логарифма, в то время как формулы 8а) и (29а) дают более заметное отличие. Произведенное сопоставление езультатов подтверждает справедливость формулы (25а) и дает основание редпочесть ее формулам (28а) и (29а).

Для приближенной оценки влияния экранов знаменатель выражения 5) тождественным преобразованием может быть представлен в виде

$$\sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1-\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)} \frac{\sin^2\left(\frac{mn\,\delta}{2}\right)}{m^3} = \tag{34}$$

$$= \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{mn\,\delta}{2}\right)}{m^3} + \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{2mn} + \left(\frac{b}{d}\right)^{2mn} - 2\left(\frac{a}{d}\right)^{2mn}}{\left(1-\frac{a^{2mn}}{b^{2mn}}\right)\left(1-\frac{b^{2mn}}{d^{2mn}}\right)} \frac{\sin^2\left(\frac{mn\,\delta}{2}\right)}{m^3}.$$

а исключением мало интересного случая $a \simeq b$, $b \simeq d$ члены второй уммы в правой части (34) весьма быстро убывают, поэтому, ограничи-аясь первым членом этой суммы, вместо формулы (25) получим

$$\rho = \frac{\pi}{4n}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\ln\left(\frac{2e^{3/2}}{n\delta}\right) + 2\dfrac{\left(\frac{a}{b}\right)^{2n} + \left(\frac{b}{d}\right)^{2n} - 2\left(\frac{a}{d}\right)^{2n}}{\left(1-\frac{a^{2n}}{b^{2n}}\right)\left(1-\frac{b^{2n}}{d^{2n}}\right)} \left[\dfrac{\sin\left(\frac{n\delta}{2}\right)}{\frac{n\delta}{2}}\right]^2}. \tag{35}$$

Выражение (35) показывает, что наличие экранов снижает волновое противление, причем при прочих равных условиях влияние экранов еньшается с увеличением числа пар щелей.

В заключение отметим, что результаты рассмотрения свойств волны *EM* в описанной линии передачи не только представляют самостоя-льный интерес, но и могут быть использованы при анализе явлений хелитроне [1].

ЛИТЕРАТУРА

D. A. Watkins, G. Wada, Proc. I. R. E., 1958, 46, 10, 1700.
Э. Камке, Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, ИЛ, 1951, стр. 580.
А. Н. Крылов, Лекции о приближенных вычислениях, ГИТТЛ, 1950, стр. 162—163.
Г. Б. Двайт, Таблицы интегралов и другие математические формулы, ИЛ 1948, стр. 82—83.
И. А. Вышинский, Е. А. Копилович, П. П. Леляков, А. А. Слуцкин, А. Я. Усиков, ЖТФ, 1935, 5, 5, 844.

Поступила в редакцию
27 VII 1959

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ С ЗАДАННОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ *

В. А. Солнцев, А. С. Тагер

Решается задача о возбуждении периодической волноводной системы с потерями током, имеющим вид немонохроматической бегущей волны, скорость и амплитуда которой периодически изменяются вдоль системы. Полученные общие соотношения используются при анализе эффектов Черенкова и Допплера для последовательности электронных сгустков, движущихся с переменной скоростью в волноводной системе с произвольной дисперсией.

ВВЕДЕНИЕ

Теории возбуждения волноводных систем заданными токами посвящено большое число работ. В большинстве из них рассматривается возбуждение системы монохроматическим током, имеющим заданное распределение в пространстве. Наиболее общая теория возбуждения волноводных, в том числе и периодических, систем монохроматическим током дана в работах Л. А. Вайнштейна [1, 2]. Формулы, полученные в этих работах, могут быть использованы при расчете электромагнитного поля, возбуждаемого в волноводной системе гармонически модулированным электронным потоком.

С другой стороны, в работах, посвященных теории эффектов Черенкова и Допплера в волноводных системах [3, 4], рассматривается излучение точечного заряда или элементарного электрического диполя, движущихся прямолинейно вдоль волновода. Спектральная плотность тока, связанного с таким зарядом или диполем, постоянна в очень широкой полосе частот.

В реальных электронных приборах, особенно в приборах с сильной группировкой электронного потока (ондуляторах, умножителях частоты различных типов и т. п.), спектр тока носит сложный характер и не сводится ни к монохроматическому, ни к сплошному. Поэтому результаты перечисленных выше работ не могут быть непосредственно применены к анализу таких приборов.

Возникающие здесь трудности усугубляются тем, что основные формулы для возбуждаемого в волноводе поля, получаемые в предельных случаях для тока с монохроматическим или сплошным спектром, принципиально отличаются друг от друга: в первом случае амплитуды поля зависят только от соотношения между скоростью распространения волны тока и фазовой скоростью собственных волн волноводной системы, а во втором существенным оказывается также соотношение между скоростью заряда и групповой скоростью волн в системе. Вопрос о том, какие из этих формул дают лучшее приближение в различных конкретных случаях, в литературе не разобран.

В настоящей статье метод, разработанный в [1] и [2], обобщается на случай возбуждения волноводных систем электронным потоком с заданной немонохроматической модуляцией, движущимся по произвольной (но жестко заданной и не зависящей от высокочастотных полей) периодической траектории.

---

* Доложена на 3-й Всесоюзной конференции МВО СССР по радиоэлектронике, Киев, январь 1959 г.

Полученные соотношения между возбужденным в волноводе полем и возбуждающим током позволяют проследить соответствующие предельные переходы, выяснить условия применимости формул и вытекающих из них практических выводов.

1. ФОРМА ВОЗБУЖДАЮЩЕГО ТОКА

Конвекционный ток, который создается модулированным электронным потоком, движущимся по криволинейной траектории в цилиндрической волноводной системе, в большинстве случаев можно представить в виде волны, бегущей вдоль оси системы z с некоторой скоростью $v(z)$ и имеющей амплитуду $\mathbf{I}^0(x, y, z)$. Плотность тока в такой волне имеет вид

$$\mathbf{I}(x, y, z, t) = \mathbf{I}^0(x, y, z) f\left(t - \int_0^z \frac{d\xi}{v(\xi)}\right), \tag{1}$$

где функция $f(\tau)$ $\left(\tau = t - \int_0^z \frac{d\xi}{v(\xi)}\right)$ определяется характером модуляции электронного пучка, а амплитуда $\mathbf{I}^0(x, y, z)$ характеризует форму электронных траекторий.

Например, если в волноводной системе движется одна частица, то $f(\tau)$ есть δ-функция ($f(\tau) = \delta(\tau)$), а амплитуда волны имеет вид

$$\mathbf{I}^0(x, y, z) = e\frac{\mathbf{v}_e(z)}{v_e(z)}\delta(x - x_e(z))\,\delta(y - y_e(z)),$$

где e — заряд частицы; $\mathbf{v}_e(z)$ — ее скорость; $x_e(z)$, $y_e(z)$ — координаты частицы в плоскости поперечного сечения волноводной системы.

Скорость волны тока $v(z)$ является при этом проекцией скорости частицы $\mathbf{v}_e(z)$ на ось z.

В другом случае, при синусоидальной модуляции тонкого криволинейного электронного пучка на частоте ω имеем

$$f(\tau) = \sin\omega\tau,$$

$$\mathbf{I}^0(x, y, z) = i\frac{\mathbf{v}_e}{v_e}\delta(x - x_e(z))\,\delta(y - y_e(z)),$$

где i — амплитуда модуляции по току.

Если же пучок широкий, то в последнем выражении для $\mathbf{I}^0$ вместо δ-функций должна стоять функция, описывающая распределение плотности тока по сечению пучка.

Нетрудно убедиться, что выбирая соответствующие функции $f(\tau)$, $\mathbf{I}^0(x, y, z)$ и $v(z)$, в форме (1) можно также записать ток, который создается цепочкой движущихся сгустков, электронным потоком переменного сечения и т. д. Для этого необходимо только, чтобы траектории частиц в пучке не зависели от времени, т. е. чтобы все частицы, проходящие через данную точку (x, y, z) в различные моменты времени, имели одну и ту же траекторию.

Для вычисления возбуждаемых током полей, которое проводится в § 2, необходимо знать спектральную функцию тока

$$\mathbf{I}(x, y, z, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{I}(x, y, z, t)\,e^{-j\omega t}\,dt.$$

Учитывая (1), эту функцию можно представить в виде

$$\mathbf{I}(x, y, z, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}A(\omega)\,e^{-j\omega\int_0^z\frac{d\xi}{v(\xi)}}\mathbf{I}^0(x, y, z), \tag{2}$$

где

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

характеризует спектр частот тока.

В дальнейшем рассматриваются электронные потоки, параметры которых периодически изменяются вдоль оси z волноводной системы. При этом скорость и амплитуда волны тока являются периодическими функциями z, имеющими некоторый период L.

Используя это обстоятельство, можем написать следующие разложения:

$$e^{-j\omega \int_0^z \frac{d\xi}{v(\xi)}} = \sum_n a_n e^{-j\gamma_n z}, \tag{3}$$

где

$$\gamma_n = \overline{\frac{\omega}{v}} + \frac{2\pi n}{L}\ ^*,$$

$$a_n = \frac{1}{L}\int_0^L \exp\left[-j\left(\int_0^z \frac{\omega}{v(\xi)} d\xi - \gamma_n z\right)\right] dz,$$

и

$$\mathbf{I}^0(x, y, z) = \sum_n \mathbf{I}_n^0(x, y) e^{-j\frac{2\pi n}{L} z}, \tag{4}$$

где

$$\mathbf{I}_n^0(x, y) = \frac{1}{L}\int_0^L \mathbf{I}^0(x, y, z) e^{j\frac{2\pi n}{L} z} dz.$$

Эти разложения позволяют представить Фурье-компоненту плотности тока в виде бесконечной суммы пространственных гармоник:

$$\mathbf{I}(x, y, z, \omega) = \frac{A(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \sum_n \mathbf{I}_n(x, y) e^{-j\gamma_n z}, \tag{5}$$

амплитуды которых $\mathbf{I}_n(x, y)$ определяются соотношением

$$\mathbf{I}_n(x, y) = \sum_n a_m \mathbf{I}_{n-m}^0(x, y) = \sum_m a_{n-m} \mathbf{I}_m^0(x, y),$$

а скорости v_n могут быть определены по формуле

$$v_n = \frac{\omega}{\gamma_n} = \frac{\omega L}{\overline{\frac{\omega}{v}} L + 2\pi n}.$$

Зависимость скоростей пространственных гармоник от частоты имеет известный вид (см., например, [5]), а амплитуды пространственных гармоник $\mathbf{I}_n(x, y)$, являющиеся в общем случае векторными величинами, определяются конкретным характером периодичности пучка. В частности, в прямолинейном электронном потоке, где изменяется только продольная скорость электронов $v(z)$, эти амплитуды определяются лишь коэффициентами a_n ряда (3), которые вычислены, например, в [5].

---

* Черта над любой функцией $\varphi(z)$ означает усреднение этой функции по периоду: $\overline{\varphi} = \frac{1}{L}\int_0^L \varphi(z)\, dz$.

Кроме условия периодичности параметров пучка по z будем предполагать также, что пучок ограничен по длине. В этом случае в волноводной системе можно выделить некоторый участок, занятый возбуждающим током перемещающийся вдоль этой системы со скоростью $v(z)$. Сокращение лины этого участка до нуля соответствует переходу к случаю точечной астицы или бесконечно тонкого сгустка и, наоборот, беспредельное величение его длины приводит к случаю бесконечно длинного электрон-ого потока.

При вычислении полей, возбуждаемых в области, занятой электронным учком, предполагается, что модуляция пучка имеет периодический харак-ер, причем длина волны модуляции много меньше длины пучка. Принятые опущения позволяют конкретизировать вид функции $f(\tau)$:

$$f(\tau) = \begin{cases} f^T(\tau) & \text{при } -\tau_0 \leqslant \tau \leqslant \tau_0, \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_0, \end{cases}$$

де $f^T(\tau)$ — периодическая функция с периодом T.

Разлагая $f^T(\tau)$ в ряд Фурье:

$$f^T(\tau) = \sum_m f_m e^{j\omega_m \tau},$$

де

$$\omega_m = \frac{2\pi m}{T};$$

$$f_m = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^T(\tau)\, e^{-j\omega_m \tau} d\tau,$$

ля функции $A(\omega)$, характеризующей спектр частот тока, можно записать ледующее выражение:

$$A(\omega) = \int_{-\tau_0}^{\tau_0} f^T(\tau)\, e^{-j\omega\tau} d\tau = 2 \sum_m f_m \frac{\sin(\omega - \omega_m)\tau_0}{\omega - \omega_m}. \qquad (6)$$

2. РАСЧЕТ ПОЛЕЙ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВОЛНОВОДНОЙ СИСТЕМЕ ЗАДАННЫМ ТОКОМ

Вычисление поля, возбуждаемого током вида (1), можно провести, азлагая этот ток на спектральные компоненты (2), вычисляя поля на каж-ой из частот и суммируя затем эти поля при помощи интеграла Фурье. ак уже отмечалось, наиболее общие выражения для полей $\mathbf{E}(\omega)$, $\mathbf{H}(\omega)$, озбуждаемых гармоническим током $\mathbf{I}(\omega)$ в периодической системе, были олучены в [2].

Эти выражения имеют вид

$$\mathbf{E}(\omega) = \sum_s [C_s(\omega)\, \mathbf{E}_s(\omega) + C_{-s}(\omega)\, \mathbf{E}_{-s}(\omega)] - \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} I_z(\omega)\, \mathbf{z}_0,$$

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_s [C_s(\omega)\, \mathbf{H}_s(\omega) + C_{-s}(\omega)\, \mathbf{H}_{-s}(\omega)], \qquad (7)$$

е $\mathbf{E}_s(\omega)$, $\mathbf{H}_s(\omega)$ — прямые, а $\mathbf{E}_{-s}(\omega)$, $\mathbf{H}_{-s}(\omega)$ — встречные собственные олны системы на частоте ω;

$$C_s(\omega) = \frac{1}{N_s(\omega)} \int_{-\infty}^{z} d\xi \int_{S(\xi)} \mathbf{I}(\omega)\, \mathbf{E}_{-s}(\omega)\, dS;$$

$$C_{-s}(\omega) = \frac{1}{N_s(\omega)} \int_{z}^{\infty} d\xi \int_{S(\xi)} \mathbf{I}(\omega)\, \mathbf{E}_s(\omega)\, dS; \qquad (7')$$

N_s — нормирующий множитель, в системах без потерь равный учетверенному потоку мощности s-й волны; $S(z)$ — поперечное сечение волноводной системы; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; $\mathbf{z}_0$ — единичный вектор по оси z.

Суммирование по s производится по всем собственным волнам, т. е. от 1 до ∞.

В дальнейшем нас будут интересовать поля излучения заданного тока, поэтому будем опускать в выражении для $\mathbf{E}(\omega)$ последнее слагаемое, которое описывает однородную часть кулоновского поля тока. Подставляя $\mathbf{E}(\omega)$ в интеграл Фурье, получаем

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} [C_s(\omega)\,\mathbf{E}_s(\omega) + C_{-s}(\omega)\,\mathbf{E}_{-s}(\omega)]\, e^{j\omega t} d\omega.$$

Вычисление входящих сюда интегралов при сделанных выше предположениях о форме возбуждающего тока может быть проведено обычным образом при помощи теории вычетов. Не останавливаясь здесь на деталях расчета, приведем его окончательные результаты.

Выражения для возбуждаемых полей имеют различный вид в трех областях.

Область I — впереди перемещающегося участка с током $\left(t - \frac{1}{v} z < -\tau_0 - \frac{1}{v} L\right)$:

$$\mathbf{E} = -2\,\mathrm{Re} \sum_s \sum_n A(\omega'_{sn}) \frac{(E_s^0)^2}{N_s(\omega'_{sn})} \frac{\varphi_{n,-s}(\omega'_{sn})\,\varphi_s(x, y, \omega'_{sn})}{\left.\frac{d\beta_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega'_{sn}} - \frac{1}{v}} \times$$

$$\times \exp\left[j\left(\omega'_{sn} t - \frac{\omega'_{sn}}{v} z - \frac{2\pi n}{L} z\right)\right]. \qquad (8)$$

Область II — в пределах участка с током $\left(-\tau_0 + \frac{1}{v} L \leqslant t - \frac{1}{v} z \leqslant \tau_0 - \frac{1}{v} L\right)$:

$$\mathbf{E} = \sum_s \left\{ \frac{f_0}{j\beta_s(0)} \frac{(E_s^0)^2}{N_s(0)} [\varphi_{0,-s}(0)\,\varphi_s(x, y, 0) + \varphi_{0,s}(0)\,\varphi_{-s}(x, y, 0)] + \right.$$

$$+ 2\,\mathrm{Im} \sum_n \sum_{m=0}^{\infty} f_m \frac{(E_s^0)^2}{N_s(\omega_m)} \left[\frac{\varphi_{n,-s}(\omega_m)\,\varphi_s(x, y, \omega_m)}{\beta_s(\omega_m) - \frac{1}{v}\omega_m - \frac{2\pi n}{L}} + \frac{\varphi_{n,s}(\omega_m)\,\varphi_{-s}(x, y, \omega_m)}{\beta_s(\omega_m) + \frac{1}{v}\omega_m + \frac{2\pi n}{L}} \right] \times$$

$$\left. \times \exp\left[j\left(\omega_m t - \frac{\omega_m}{v} z - \frac{2\pi n}{L} z\right)\right] \right\} +$$

$$+ 2\,\mathrm{Im} \sum_s \sum_n \frac{(E_s^0)^2}{N_s(\omega'_{sn})} \frac{\varphi_{n,-s}(\omega'_{sn})\,\varphi_s(x, y, \omega'_{sn})}{\left.\frac{d\beta_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega'_{sn}} - \frac{1}{v}} e^{-j\omega'_{sn}\tau_0 + j\left(\omega'_{sn} t - \frac{\omega'_{sn}}{v} z - \frac{2\pi n}{L} z\right)} \times$$

$$\times \sum_m f_m \frac{e^{j\omega_m \tau_0}}{\omega'_{sn} - \omega_m} +$$

$$+ 2\,\mathrm{Im} \sum_s \sum_n \frac{(E_s^0)^2}{N_s(\omega''_{sn})} \frac{\varphi_{n,s}(\omega''_{sn})\,\varphi_{-s}(x, y, \omega''_{sn})}{\left.\frac{d\beta_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega'_{sn}} + \frac{1}{v}} e^{j\omega''_{sn}\tau + j\left(\omega''_{sn} t - \frac{\omega''_{sn}}{v} z - \frac{2\pi n}{L} z\right)} \times$$

$$\times \sum_m f_m \frac{e^{-j\omega_m \tau_0}}{\omega''_{sn} - \omega_m}. \qquad (9)$$

Область III — позади участка с током $\left(t - \frac{\bar{1}}{v} z > \tau_0 + \frac{\bar{1}}{v} L\right)$:

$$\mathbf{E} = 2\,\mathrm{Re} \sum_s \sum_n A(\omega''_{sn}) \frac{(E_s^0)^2}{N_s(\omega''_{sn})} \frac{\varphi_{sn}(\omega''_{sn})\, \varphi_{-s}(x, y, \omega''_{sn})}{\left.\frac{d\beta_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega''_{sn}} + \frac{\bar{1}}{v}} \times$$

$$\times \exp\left[j\left(\omega''_{sn} t - \frac{\overline{\omega''_{sn}}}{v} z - \frac{2\pi n}{L} z\right)\right]. \qquad (10)$$

Формулы (8)—(10) записаны для случая возбуждения однородной волноводной системы, в которой поля собственных волн могут быть представлены в виде

$$\mathbf{E}_{\pm s}(x, y, z, \omega) = E_s^0 \boldsymbol{\varphi}_{\pm s}(x, y, \omega)\, e^{\mp j\beta_s z},$$

где β_s — волновое число s-й волны, а $\boldsymbol{\varphi}_{\pm s}(x, y, \omega)$ — функция распределения по поперечнику системы поля этой волны.

Частоты ω'_{sn} и ω''_{sn} являются такими решениями уравнений

$$\beta_s(\omega) - \frac{\bar{\omega}}{v} - \frac{2\pi n}{L} = 0, \qquad (11)$$

$$\beta_s(\omega) + \frac{\bar{\omega}}{v} + \frac{2\pi n}{L} = 0, \qquad (12)$$

у которых действительная часть положительна, а коэффициенты $\varphi_{n,\pm s}(\omega)$ определяются формулой

$$\varphi_{n,\pm s}(\omega) = \int_S \mathbf{I}_n(x, y, \omega)\, \boldsymbol{\varphi}_{\pm s}(x, y, \omega)\, dS. \qquad (13)$$

Для того чтобы перейти к случаю периодической волноводной системы, следует учесть, что в периодической системе каждую собственную волну можно представить в виде бесконечной суммы пространственных гармоник:

$$\boldsymbol{E}_{\pm s}(x, y, z, \omega) = \sum_k \boldsymbol{E}_{\pm s, k}(x, y, \omega)\, e^{\mp j\left(\beta_s + \frac{2\pi k}{L}\right) z}.$$

Формулы для полей, возбуждаемых в периодической системе, можно получить из (8)—(10), если заменить в них β_s на $\beta_{sk} = \beta_s + \frac{2\pi k}{L}$, а $E_s^0 \boldsymbol{\varphi}_{\pm s}(x, y, \omega)$ на $\boldsymbol{E}_{\pm s, k}(x, y, \omega)$ и просуммировать по индексу k от $-\infty$ до ∞ (т. е. по всем пространственным гармоникам электромагнитного поля периодической системы).

Формулы (8) — (10) дают решение поставленной задачи о возбуждении волноводной системы током вида (1).

Рассмотрим более подробно структуру полей в различных областях.

1. Поле излучения вне участка с током. В области I поле является суперпозицией прямых волн, частоты которых ω'_{sn} определяются из уравнения (11), и, вообще говоря, комплексны ($\mathrm{Im}\ \omega'_{sn} < 0$). Полям излучения соответствуют те частоты, которые становятся чистодействительными величинами, когда потери в волноводной системе стремятся к нулю. Поля, соответствующие мнимым корням уравнения (11), представляют собой кулоновскую часть полного поля. Таким образом, излучение происходит на вещественных частотах, определяемых из (11) при $\mathrm{Im}\ \beta_s(\omega) = 0$.

Рассмотрим сначала излучение, соответствующее основной волне тока т. е. нулевой пространственной гармонике тока $n = 0$). Учитывая, что

фазовая скорость s-й (прямой) собственной волны волновода определяется соотношением

$$\beta_s(\omega) = \frac{\omega}{v_s(\omega)},$$

приходим к следующему уравнению для частоты излучения:

$$\frac{1}{v_s(\omega)} = \frac{\overline{1}}{v}.$$

Если скорость перемещения тока v слабо изменяется вдоль z или же постоянна ($\overline{1/v} = 1/\bar{v}$), то частота излучения определяется из условия синхронизма

$$v_s(\omega) = \bar{v}.$$

Таким образом, излучение основной волны тока можно рассматривать как черенковское излучение в замедляющей системе от перемещающегося участка с током. В частности, известные формулы для излучения одного электрона в замедляющей системе [3, 4] можно получить из (8) — (10), если считать размеры этого участка бесконечно малыми и положить $f(\tau) = \delta(\tau)$. Задавая в (8) — (10) различный вид функции $f(\tau)$, можно рассмотреть влияние на черенковское излучение формы движущихся электронных сгустков, их размеров и т. п.

Пусть теперь $n \neq 0$. Тогда уравнение (11) для частот, возбуждаемых пространственными гармониками тока $n \neq 0$, при выполнении условия $\overline{1/v} = 1/\bar{v}$ нетрудно представить в виде формулы Допплера

$$\omega = \frac{-\frac{2\pi n}{L}\bar{v}}{1 - \frac{\bar{v}}{v_s(\omega)}}. \qquad (14)$$

Отсюда следует, что формулы (8) — (10) при $n \neq 0$ описывают излучение участка с током, колеблющегося с частотой $\left|\frac{2\pi n}{L}\bar{v}\right|$ в системе координат, движущейся со скоростью $\bar{v}$. В частности, при $n < 0$ эти формулы описывают нормальный эффект Допплера, при $n > 0$ — аномальный эффект Допплера (эффект Допплера при сверхсветовой ($\bar{v} > v_s$) скорости движения частиц) [6].

Рис. 1. Цепочка из N сгустков прямоугольной формы

С точки зрения представления о пространственных гармониках тока, уравнения для частот излучения можно, учитывая (4), представить в виде условия синхронизма между этими гармониками и возбуждаемыми волнами:

$$v_n(\omega) = v_s(\omega). \qquad (15)$$

Анализ уравнения (15) удобно проводить графически в координатах замедление ($c/v_n, c/v_s$) — длина волны (λ). При этом частоты излучения соответствуют точкам пересечения дисперсионных характеристик волн тока и волноводной системы.

Амплитуда волны, возбуждаемой на частоте излучения, определяется несколькими факторами. Прежде всего она зависит от спектральной плотности возбуждающего тока на данной частоте $A(\omega_{sn})$, т. е. в конечном счете от формы бегущей волны тока $f(\tau)$. Если, например, ток обусловлен движением цепочки из N электронных сгустков прямоугольной формы (рис. 1), то в соответствии с (6)

$$A(\omega) = \frac{2f_m}{\pi} \sum_m \frac{\sin \omega_m \tau_c / 2}{m} \frac{\sin(\omega - \omega_m)\tau_0}{\omega - \omega_m}.$$

Другим фактором, определяющим интенсивность излучения, является
ичина

$$K_{sn}(\omega) = \frac{(E_s^0)^2}{N_s(\omega)} \varphi_{n,\,-s}(\omega),$$

торую можно рассматривать как коэффициент связи между n-й гармони-
ой тока и s-й собственной волной волновода. Этот коэффициент отличен от
уля, если отлична от нуля амплитуда n-й гармоники тока, усредненная
о сечению волноводной системы с весом $\varphi_{-s}(x, y, \omega)$ (см. (13)). Подчеркнем,
го ток не обязательно направлен вдоль оси z. Поэтому амплитуды его
ространственных гармоник являются векторными величинами, совпадаю-
ими по направлению с током, и при расчете в (13) входит проекция элект-
ического поля на направление тока. Наконец, формула (8) показывает,
о амплитуда излучаемых полей существенно зависит от разности

$$\left.\frac{d\beta_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega'_{sn}} - \frac{1}{v}.$$

Если потери в волноводе отсутствуют, то, как известно, $d\beta_s/d\omega = 1/u_s$,
к что амплитуда излучаемой волны обратно пропорциональна разности
упповой скорости волны u_s и средней скорости перемещения участка
током и, следовательно, резко возрастает при сближении этих скоростей.
сли учитывать потери в волноводе, то производная $\left.\frac{d\beta_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega'_{sn}}$ имеет мни-
ую часть, и максимальное значение амплитуды определяется значением
роизводной декремента затухания по частоте.

Анализ полей, возбуждаемых в области III, можно провести таким
образом, как это было сделано для области I. Согласно (10), в области
I поля являются суперпозицией встречных волн, затухающих при
$\to -\infty$, так как $\mathrm{Im}\,\omega''_{sn} > 0$. Так же как и в области I, из них можно
делить поля излучения.

Вводя фазовую скорость встречной волны по формуле

$$\beta_s(\omega) = -\frac{\omega}{v_s(\omega)},$$

я частот излучения можно из (12) получить уравнение в виде формулы
оплера (14) или в виде условия синхронизма между пространственными
рмониками тока и встречными волнами:

$$v_{-s}(\omega) = v_n(\omega). \tag{16}$$

Исходя из условий синхронизма (15) и (16), рассмотрим теперь несколь-
подробнее частоты колебаний, которые могут возбуждаться простран-
венными гармониками тока в I и III областях.

Так как энергия должна вытекать из участка с током, то перед этим
астком (в области I) на излучаемые поля накладывается следующее ус-
вие:

$$0 < \frac{1}{u_s} < \frac{1}{v}. \tag{17}$$

В области III, где поля обусловлены встречными волнами, необходимо
полнение другого требования:

$$\frac{1}{u_{-s}} > \frac{1}{v} \tag{18}$$

и

$$u_{-s} < 0.$$

На рис. 2 схематично изображены дисперсионные кривые для трех пространственных гармоник тока ($n = 0, \pm 1$) и отрезки дисперсионных кривых пропзвольной волноводной системы в координатах замедление — длина волны. Как известно, в этих координатах касательная к дисперсионной кривой отсекает на оси ординат отрезок, равный $c/u_{\pm s}$. Поэтому из рис. 2 и соотношений (17)—(18) следует, что точки *1* и *2* соответствуют прямым волнам, распространяющимся впереди участка с током в положительном направлении оси z. Остальные точки соответствуют встречным волнам, распространяющимся позади участка с током. Однако часть из этих волн распространяется не в отрицательном (точки *3* и *6*), а в положительном (точки *4* и *5*) направлении оси z, т. е. движется вслед за током, постепенно отставая от него.

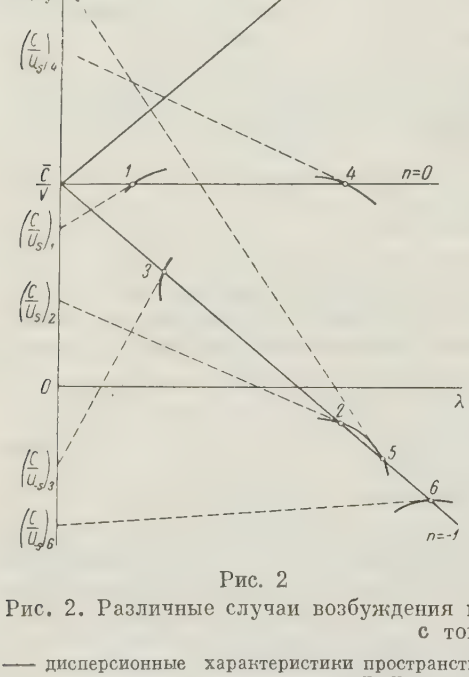


Рис. 2

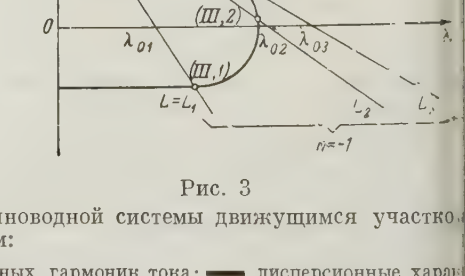


Рис. 3

Рис. 2. Различные случаи возбуждения волноводной системы движущимся участком с током:

— дисперсионные характеристики пространственных гармоник тока; ▬ дисперсионные характеристики волноводной системы

Рис. 3. Эффект Допплера в волноводе:

▬ дисперсионная характеристика волновода; —— дисперсионные характеристики основной ($n = 0$) и первой отрицательной ($n = -1$) гармоник тока при различных значениях периода пространственного изменения тока L_i. $\lambda_{0i} = \frac{c}{v} L_i$

Характерным примером может служить возбуждение обычного гладкого волновода отрицательными пространственными гармониками тока (эффект Допплера в волноводе) [5]. Как известно, дисперсия s-й волны в волноводе дается формулой

$$\frac{c}{v_{\pm s}} = \pm \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_s)^2},$$

где λ_s — критическая длина волны s-го вида.

Дисперсия волновода изображена на рис. 3 вместе с дисперсионными кривыми первой отрицательной гармоники тока, взятыми при различных значениях периода пространственного изменения тока $L_1 < L_2 < L_3$. Нетрудно видеть, что все точки области I соответствуют прямым волнам, распространяющимся впереди участка с током, так как групповая скорость в этих точках положительна и больше скорости перемещения участка с током (строго говоря, выполняется соотношение (17) для обратных величин скоростей). Наоборот, все точки области III дают встречные волны сзади участка с током. При достаточно малом периоде $L = L_1$ групповая скорость встречной волны отрицательна (точка III, *1*). Увеличение этого периода приводит к уменьшению частоты излучения и модуля групповой

орости волны до тех пор, пока излучаемая частота не станет равной итической частоте волновода, на которой групповая скорость обраща- ся в нуль. При дальнейшем увеличении периода L излучаемая частота ять возрастает, как и групповая скорость, которая становится положи- льной, оставаясь все же меньше средней скорости перемещения участка оком (точка III,*2*). Возрастание этой частоты ограничено точкой (III,*3*), е она становится равной частоте излучения в области I. При этом группо- е скорости как прямой, так и встречной волн стремятся к средней ско- сти перемещения тока, и интенсивность излучения возрастает.

Длина волны λ_0, соответствующая собственной частоте колебаний астка с током в движущейся с ним системе координат $\omega_0 = 2\pi\bar{v}/L$, опре- ляется точкой пересечения диспер- онной кривой отрицательной прост- нственной гармоники тока с осью дисс. Как видно из рис. 3, частота лучения, распространяющегося в на- авлении движения участка с током, гда больше частоты возбуждения ω_0, астота излучения, распространяюще- я в противоположном направлении, гда меньше ω_0. Такого вывода, од- ко, нельзя сделать в случае дви- ния участка с током в произволь- й периодической системе, где направ- ния фазовой и групповой скоростей гут быть противоположными (см., пример, рис. 2, точки *3* и *5*). В этом лучае колебания с частотой, большей стоты возбуждения ω_0, могут распро- раняться в направлении, противопо- жном направлению движения участка оком, и наоборот.

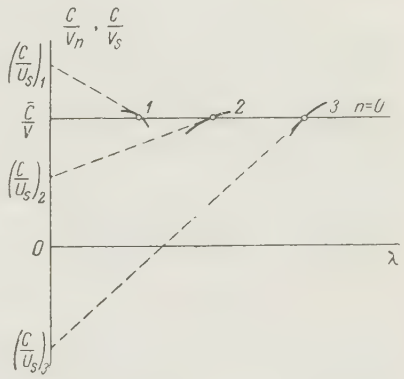


Рис. 4. Эффект Черенкова в волноводных системах с различным характером дисперсии:

—— замедление основной волны тока; дисперсионные характеристики волноводных систем

Как было указано выше, возбуждение основной волной тока $n = 0$ ответствует эффекту Черенкова в замедляющей системе. Здесь интерес- отметить, что при нормальной дисперсии в замедляющей системе лученная энергия движется сзади излучающей частицы (или участка током) в положительном направлении, постепенно отставая от нее (рис. 4, ка *1*). При аномальной положительной дисперсии (точка *2*) излучае- я энергия движется впереди частицы, обгоняя ее. При аномальной от- цательной дисперсии (точка *3*) излучаемая энергия движется в отри- ательном направлении оси z.

Интенсивность излучения встречных волн (в области III) определяет- я теми же факторами, что и интенсивность излучения прямых волн области I). Заметим лишь, что

$$u_{-s} = \frac{d\omega}{d\beta_{-s}} = -\frac{d\omega}{d\beta_s} = -u_s.$$

Следовательно, в знаменателе (10) так же как и в знаменателе (8) ит разность $\frac{1}{v} - \frac{1}{u_{-s}}$.

2. Поля в области, занятой током. Перейдем теперь к ана- зу полей в области II, занятой током. Существенно новым по сравнению бластями I и III здесь является поле, описываемое выражением игурных скобках в формуле (9).

Если ни одна из частот этого поля ω_m, определяемых периодом ны тока T, не близка ни к одному из корней уравнений (11), (12) и ω''_{sn}, то это поле является чистокулоновским и перемещается вместе

с током. Амплитуда поля на каждой из частот ω_m не зависит от разности групповой скорости волны $u_{\pm s}$ и средней скорости перемещения тока.

Другая часть поля, как и в областях I и III, представляется суммой колебаний с частотами ω'_{sn} и ω''_{sn}. Нетрудно видеть, что ввиду комплексности частот ω'_{sn} и ω''_{sn} эта часть поля исчезает при $\tau_0 \to \infty$. Таким образом, наличие колебаний с этими частотами можно рассматривать как переходный процесс, связанный с конечными размерами участка с током.

При рассмотрении установившихся процессов в достаточно длинных электронных потоках этими колебаниями можно пренебречь и учитывать лишь члены в фигурных скобках формулы (9).

Если модуляция такого потока мала, можно ограничиться учетом одного или нескольких членов в фигурных скобках. При этом выражения для возбуждаемых полей совпадают, естественно, с исходными формулами (7), (7′), которые применяются в обычной теории малого сигнала электронно-лучевых приборов СВЧ (лампа с бегущей волной, лампа с обратной волной и т. п.), где предполагается монохроматическая модуляция электронного пучка.

С другой стороны, как отмечалось выше, в целом ряде новых приборов СВЧ, таких как ондуляторы, умножители частоты на ЛБВ и т. п., используются сильно сгруппированные электронные потоки или даже отдельные сгустки электронов. При анализе явлений в таких приборах нельзя уже формально применять формулы типа (7), (7′), а необходимо учитывать большое число членов в фигурных скобках (9).

Для примера рассмотрим случай, важный при расчете ондуляторов и умножителей с сильной группировкой электронного пучка.

Пусть ток создается бесконечной цепочкой сгустков, движущихся в волноводной системе с затуханием с некоторой скоростью $v(z)$, которая может изменяться периодически как по величине, так и по направлению. Распределение плотности заряда внутри каждого сгустка можно считать произвольным.

Если увеличивать интервал T между сгустками, величина амплитуд f_m на каждой из частот ω_m уменьшается обратно пропорционально T, и в пределе при $T \to \infty$ сумма по частотам ω_m в (9) заменяется интегралом, описывающим излучение одного сгустка. Вычисление этого интеграла дает, очевидно, для полей вне сгустка выражения (8) и (10), в которых $A(\omega)$ характеризует спектр тока одного сгустка длительностью τ_c:

$$A(\omega) = \int_{\tau_c}^{\infty} f^T(\tau)\, e^{-j\omega\tau}\, d\tau.$$

Если же интервал T между сгустками конечен, но достаточно велик, выражения (8) и (10) для полей вне сгустков будут также справедливыми с точностью, определяемой величиной затухания в системе. Действительно, при большом затухании в системе и большом расстоянии между сгустками поле в каждой точке определяется излучением отдельного сгустка, ближайшего к этой точке. Следовательно, (8) и (10) применимы тем лучше, чем сильнее неравенство $L_c > L_з$, где $L_c = \left(\frac{T}{v}\right)^{-1}$ — среднее расстояние между сгустками; $L_з = \left(\frac{\overline{\operatorname{Im}\,\omega}}{v}\right)^{-1}$ — эффективная длина затухания, на которой поле волноводной системы уменьшается в e раз.

Таким образом, в тех случаях, когда поле в промежутках между сгустками успевает существенно затухнуть, или сгустки влетают в волноводную систему достаточно редко, амплитуды возбуждаемых полей, определяемых формулами (8) и (10), сильно зависят от соотношения между скоростью сгустков и групповой скоростью волны. При этом для получения максимальной мощности излучения следует подбирать дисперсию волновод-

ой системы так, чтобы средняя скорость сгустков была близка к групповой корости волны на частоте излучения.

Влияние соотношения между этими скоростями на интенсивность излучения можно пояснить, если рассматривать возбуждение волноводной истемы как возбуждение некоторого резонатора, движущегося вместе сгустком и имеющего размеры порядка длины волны в системе. Ввиду инхронизма сгустка(или пространственной гармоники тока) и излучаемой олны, имеется резонанс между током и возбуждаемым полем, однако добротность резонатора Q конечна даже в случае отсутствия потерь в системе. ействительно, поток мощности, вытекающей из объема, прилегающего сгустку (т. е. из рассматриваемого резонатора), пропорционален $\bar{v} - u_s$ и, следовательно, $Q \sim 1/(\bar{v} - u_s)$. Добротность резонатора и амплитуда возбуждаемого поля возрастают поэтому при $\bar{v} \to u_s$.

Если теперь в волноводной системе движутся два или большее число сгустков, то объем резонатора, а следовательно и запасенная в нем энергия, возрастает в соответствующее число раз, между тем как потери, определяемые потоком мощности через торцовые поверхности, остаются прежними. оэтому добротность резонатора увеличивается, а ее зависимость от разности $\bar{v} - u_s$ уменьшается. В пределе для бесконечно длинной цепочки сгустков эта зависимость исчезает совсем, а добротность Q в отсутствие отерь в волноводной системе неограниченно возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, Изд. Советское радио, 1957.
Л. А. Вайнштейн, Электронные волны в периодических структурах, ЖТФ, 1957, **27**, 10, 2340.
А. И. Ахиезер, Г. Я. Любарский, Я. Б. Файнберг, Об эффекте Черенкова и сложном эффекте Допплера, Докл. АН СССР, 1950, **73**, 1, 55.
А. И. Ахиезер, Г. Я. Любарский, Я. Б. Файнберг, Об излучении заряженной частицы, движущейся через связанные резонаторы, ЖТФ, 1955, **25**, 14, 2526.
В. А. Солнцев, А. С. Тагер, Электронные волны в периодическом электростатическом поле и их взаимодействие с полем волноводных систем, Тр. НИИ МРТП, 1957, 7 (43), 3.
В. Л. Гинзбург, И. Е. Франк, Об эффекте Допплера при сверхсветовой скорости, Докл. АН СССР, 1957, **56**, 6.

Поступила в редакцию
16 IX 1959

1960 № 7

ОБ УРАВНЕНИИ ПАРАКСИАЛЬНОЙ ОПТИКИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С БОЛЬШОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ТОКА

Б. Т. Кормилицин, В. Т. Овчаров

Дается последовательный вывод основного уравнения параксиальной оптики электронных пучков с большой плотностью тока. Показывается, что это уравнение справедливо при любой плотности тока и что входящий в уравнение потенциал на оси пучка создается не только напряжениями на электродах, но и собственным пространственным зарядом пучка. Выясняются условия, при которых можно пренебречь составляющей потенциала, происходящей от пространственного заряда.

ВВЕДЕНИЕ

Для исследования и расчета электронных пучков с учетом расталкивающих сил пространственного заряда широко применяется так называемое уравнение движения параксиальных электронов, которое для аксиально-симметричных пучков записывается обычно в следующем виде:

$$r'' + \frac{U'}{2U} r + \left(\frac{U''}{4U} + \frac{\frac{e}{m} H^2}{8Uc^2} \right) r = \frac{I}{r \sqrt{2 \frac{e}{m}} U^{3/2}}. \qquad (1)$$

Здесь r — радиус электронного пучка в точке с координатой z (штрихами обозначено дифференцирование по z); U — потенциал электрического поля на оси пучка; H — напряженность магнитного поля на оси пучка; I — ток пучка; e и m — заряд (абсолютная величина) и масса электрона; c — скорость света. В (1) используется гауссова абсолютная система единиц.

Вывод уравнения (1), проводимый в различных руководствах, по существу сводится к тому, что к уравнению классической электронной оптики параксиальных пучков добавляется член пространственного заряда, приближенно выражающий радиальную силу, действующую со стороны пространственного заряда самого пучка. При этом считается, что U — потенциал на оси пучка, создаваемый только напряжениями, приложенными к электродам, т. е. в создании этого потенциала пространственный заряд не участвует. В некоторых руководствах по электронной оптике оговаривается, что это уравнение справедливо при малых токах, но не сказано, что означает в данном случае малость тока.

Как будет показано ниже, трактовка уравнения (1) и поэтому его применение к практическим задачам, в том смысле как это принято до сих пор в литературе, неправильны. Эта неправильность, как нам представляется, связана с неудовлетворительным выводом этого уравнения.

В настоящей статье дается последовательный вывод уравнения (1), причем в основу положены формулы работы В. Т. Овчарова [1].

1. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Как показано в [1], потенциал u внутри аксиально-симметричного пучка электронов при наличии аксиально-симметричного постоянного магнитного поля определяется выражением

$$2 \frac{e}{m} u = \frac{P^2}{h_1^2} + \left(\frac{eA}{mc} \right)^2, \qquad (2)$$

где P^2 определяется дифференциальным уравнением

$$P\left(F_1\frac{d^2P^2}{dq_1^2}+F_2\frac{dP^2}{dq_1}+F_3P^2+F_0\right)=8\pi\frac{e}{m}I. \tag{3}$$

Коэффициенты F_n уравнения (3) вычисляются по формулам

$$F_n=\iint\frac{h_2h_3}{h_1}f_n dq_2dq_3, \quad n=0,\ 1,\ 2,\ 3. \tag{4}$$

В формулах (4)

$$f_1=\frac{1}{h_1^4}; \quad f_2=\frac{h_1}{h_2h_3}\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_2h_3}{h_1}f_1\right); \quad f_3=\Delta\left(\frac{1}{h_1^2}\right); \quad f_0=\Delta\left(\frac{eA}{mc}\right)^2. \tag{5}$$

знаком Δ, как обычно, обозначена дифференциальная операция div grad.

Вывод этих уравнений основан на введении такой криволинейной ортогональной системы координат q_1, q_2, q_3, что траектории электронов лежат на координатных поверхностях $q_2=$ const. Координатная система аксиально-симметрична, поэтому коэффициенты Ляме h_1, h_2, h_3 не зависят от q_3 — угла поворота координатной плоскости вокруг оси симметрии. От q_3 не зависят все величины рассматриваемой задачи: оси симметрии пучка, магнитного поля, определяемого вектор-потенциалом A, и координатной системы совпадают.

При выводе уравнений (2) — (5) предположено, что потенциал катода равен нулю, скорость вылетающих из него электронов также равна нулю, силовые линии магнитного поля не пронизывают катод.

На оси ($q_2=0$) $h_1=1$ и $A=0$, поэтому из (2) получаем, что P — скорость электронов на оси. Ввиду этого можем положить

$$P^2=2\frac{e}{m}U, \tag{6}$$

где $U=U(q_1)$ — потенциал на оси пучка. Если ввести (6) в (3), получим

$$\sqrt{U}\left(F_1\frac{d^2U}{dq_1^2}+F_2\frac{dU}{dq_1}+F_3U+\frac{F_0}{2\frac{e}{m}}\right)=\frac{4\pi I}{\sqrt{2\frac{e}{m}}}. \tag{7}$$

Пусть в цилиндрической системе координат поверхность электронного пучка задается уравнением

$$r=\Phi(z).$$

Тогда одна из координатных поверхностей системы криволинейных ортогональных координат q_1, q_2, q_3, определяемых соотношениями

$$r=q_2\Phi(z), \tag{8}$$

$$r^2+2\int_{q_1}^{z}\frac{\Phi(\xi)}{\Phi'(\xi)}d\xi=0, \tag{9}$$

$$\Theta=q_3,$$

будет совпадать с поверхностью электронного пучка, а именно, координатная поверхность $q_2=1$. Коэффициенты Ляме такой координатной системы определяются формулами

$$\left.\begin{aligned} h_1&=\frac{\Phi'(z)}{\sqrt{r^2[\Phi'(z)]^2+\Phi^2(z)}}\frac{\Phi(q_1)}{\Phi'(q_1)},\\ h_2&=\frac{\Phi^2(z)}{\sqrt{r^2[\Phi'(z)]^2+\Phi^2(z)}},\\ h_3&=r. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Если ввести безразмерные величины

$$x = \frac{q_1}{l}, \quad y = q_2, \quad \zeta = \frac{z}{l}, \quad \eta = \frac{r}{l},$$

$$\mu = \frac{\Phi_{\text{макс}}}{l}, \quad \varphi(\zeta) = \frac{\Phi(z)}{\Phi_{\text{макс}}}$$

и подставить значение r из (8) в (9) и (10), то получим

$$\left.\begin{aligned} \eta_1 &= \mu y \varphi(\zeta), \\ \mu^2 y^2 \varphi^2(\zeta) &= 2\int_x^{\zeta} \frac{\varphi(\xi)}{\varphi'(\xi)}\, d\xi, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{\varphi(x)\,\varphi'(\zeta)}{\varphi'(x)\,\varphi(\zeta)} \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2[y\varphi'(\zeta)]^2}}, \\ h_2 &= \mu \frac{\varphi(\zeta)}{\sqrt{1+\mu^2[y\varphi'(\zeta)]^2}} l, \\ h_3 &= \mu y \varphi(\zeta) l. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Здесь $\Phi_{\text{макс}}$ — максимальный радиус пучка; l — длина электронного пучка. Будем считать, что она значительно больше $\Phi_{\text{макс}}$, т. е.

$$\mu \ll 1.$$

Заметим также, что

$$0 \leqslant y \leqslant 1, \quad 0 \leqslant \varphi(\zeta) \leqslant 1.$$

Нетрудно видеть, что

$$F_1 = l^2 \hat{F}_1; \quad F_2 = l\hat{F}_2; \quad F_3 = \hat{F}_3,$$

где $\hat{F}_n$ — безразмерные коэффициенты. Введем также обозначение

$$\frac{F_0}{2\frac{e}{m}} = u_H \hat{F}_0,$$

где u_H — некоторый потенциал, определяемый формулой

$$u_H = \frac{eH^2_{\text{макс}}}{2mc^2} l^2; \tag{13}$$

F_0 — безразмерный коэффициент; $H_{\text{макс}}$ — максимальное значение магнитного поля на оси. Уравнение (7) теперь перепишется в виде

$$\sqrt{U}\left(\hat{F}_1 \frac{d^2U}{dx^2} + \hat{F}_2 \frac{dU}{dx} + \hat{F}_3 U + u_H \hat{F}_0\right) = \frac{4\pi I}{\sqrt{2\frac{e}{m}}}. \tag{14}$$

Все эти формулы (за исключением перехода к безразмерным величинам) выписаны из [1] для удобства чтения статьи.

2. ПЕРЕХОД К ПАРАКСИАЛЬНОСТИ В КООРДИНАТНОЙ СИСТЕМЕ

Прежде всего разложим $\zeta = \zeta(x, y)$ в ряд по степеням μ. Как следует из (11), это разложение будет содержать только четные степени:

$$\zeta = x + a\mu^2 + \ldots. \tag{15}$$

Так как по условию μ мало, ограничимся двумя выписанными членами.

Если (15) подставить в (11) и провести разложение левой части второго соотношения по μ^2, то получим следующее выражение для a:

$$a = -\frac{1}{2} y^2 \varphi(x) \varphi'(x). \tag{16}$$

Первая формула в (11) запишется в виде

$$\eta = \mu y \varphi(x) + O(\mu^3). \tag{17}$$

Из (12), (15) и (16) для коэффициентов Ляме найдем следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= 1 - \mu^2 \frac{y^2 \varphi(x)\, \varphi''(x)}{2} + O(\mu^4), \\ h_2 &= \mu \varphi(x) l + O(\mu^3) l, \\ h_3 &= \mu \varphi(x)\, yl + O(\mu^3) l. \end{aligned}\right\}$$

3. ПЕРЕХОД К ПАРАКСИАЛЬНОСТИ В УРАВНЕНИИ (14)

Вычисляя по формулам, приведенным выше, коэффициенты f_n, а затем коэффициенты $\hat{F}_n$ $(n = 1, 2, 3)$, находим

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= 1 + O(\mu^2), & \hat{F}_1 &= \mu^2 \pi \varphi^2(x) + O(\mu^4), \\ f_2 &= \frac{2}{l} \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} + O(\mu^2), & \hat{F}_2 &= \mu^2 2\pi \varphi(x) \varphi'(x) + O(\mu^4), \\ f_3 &= \frac{4}{l^2} \frac{\varphi''(x)}{\varphi(x)} + O(\mu^2), & \hat{F}_3 &= \mu^2 4\pi \varphi(x) \varphi''(x) + O(\mu^4). \end{aligned}\right\}$$

В параксиальном случае, как известно, для вектор-потенциала A имеет место выражение

$$A = \frac{r}{2} H(z) + O(r^3).$$

Если ввести сюда значения r из (17) и z из (15) и ограничиться членами до μ^2 включительно, то получим

$$A = H_{\text{макс}} l \left[\mu \frac{y \varphi(x) H_0(x)}{2} + O(\mu^3) \right], \tag{18}$$

где H_0 определяется соотношением

$$H(x) = H_{\text{макс}} H_0(x).$$

Если формулу (18) ввести в приведенные выше уравнения, которыми определяются f_0 и $\hat{F}_0$, то для этих коэффициентов можно записать следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned} f_0 &= \left[\frac{eH(x)}{mc}\right]^2 + O(\mu^2), \\ \hat{F}_0 &= \mu^2 \pi \varphi^2(x) H_0^2(x) + O(\mu^4). \end{aligned}\right\}$$

Введя полученные для коэффициентов $\hat{F}_n$ формулы в уравнение для потенциала на оси в форме (14), найдем уравнение для параксиального случая:

$$\sqrt{U} \left(\varphi^2 \frac{d^2U}{dx^2} + 2\varphi\varphi' \frac{dU}{dx} + 4\varphi\varphi'' U + u_H \varphi^2 H_0^2 \right) = \frac{4I}{\mu^2 \sqrt{2\frac{e}{m}}}. \tag{19}$$

Это и есть искомое уравнение. Оно тождественно уравнению (1).

Для выяснения этой тождественности в (19) перейдем снова к размерным величинам. Кроме того заметим, что в полученное таким образом уравнение можем вместо q_1 подставить z, так как их разность имеет порядок μ^2, который в уравнении (19) отброшен. Если же кроме того вместо u_H подставить его выражение (13) и разделить обе части на $4\varphi U^{3/2}$, то вместо (19) получим

$$\Phi'' + \left(\frac{U'}{2U} \Phi' + \frac{U''}{4U} + \frac{\frac{e}{m} H^2}{8U\varphi^2} \right) \Phi = \frac{I}{\Phi \sqrt{2\frac{e}{m}} U^{3/2}}, \tag{20}$$

а это уравнение тождественно (1), так как r в (1) и Φ в (20) обозначают одно и то же — радиус электронного пучка в точке с координатой z.

В приведенном выводе параксиального уравнения не предполагалось, что ток пучка мал, так как это не предполагалось и в [1] при выводе основного уравнения (3), а переход к параксиальности, сделанный нами при выводе (19), был чисто геометрическим. Таким образом, так называемое уравнение движения параксиальных электронов (1) справедливо при любых плотностях тока пучка.

Кроме того в (7) и (14) U — потенциал на оси, возникающий как от поверхностных зарядов на электродах, так и от собственного пространственного заряда пучка, т. е. U — полный потенциал на оси пучка. Составляющей от пространственного заряда можно пренебречь только в случае малых токов пучка. Что значит в этом случае выражение «малые токи», выясняется ниже.

4. СЛУЧАЙ МАЛЫХ ТОКОВ

Потенциал, создаваемый пространственным зарядом пучка, определяется выражением

$$u_\rho = \iiint \frac{\rho dV}{R},$$

где интегрирование распространяется по всему объему пучка. Если этот потенциал вычесть из полного потенциала в пучке, то получим потенциал, создаваемый зарядами на электродах. Нам нужно выяснить, при каких условиях этот последний потенциал будет значительно больше абсолютной величины потенциала от пространственного заряда.

Пусть абсолютная величина потенциала, создаваемого пространственным зарядом электронного пучка, в n раз меньше потенциала, создаваемого электродами. Тогда имеем

$$(n-1)\iiint \frac{|\rho|dV}{R} = U, \tag{21}$$

где интеграл слева вычисляется для точек на оси.

Соотношение (21), где n — большое число, и дает математическое выражение того, что следует понимать под словами «малый ток».

Для вычисления плотности пространственного заряда в [1] дана следующая формула:

$$-8\pi\frac{e}{m}\rho = f_1\frac{d^2P^2}{dq_1^2}\left(\frac{e}{m}\right)^2 + f_2\frac{dP^2}{dq_1} + f_3P^2 + f_0.$$

Если в эту формулу подставить выражения для коэффициентов f_n, выведенные выше для параксиального случая, то с точностью до μ^2 получим

$$-4\pi l^2\rho = \frac{d^2U}{dx^2} + 2\frac{\varphi'}{\varphi}\frac{dU}{dx} + 4\frac{\varphi''}{\varphi}U + \left(\frac{eH}{mc}l\right)^2. \tag{22}$$

Но из уравнения (19) следует, что правая часть в (22) равна $\dfrac{4I}{\Phi^2\sqrt{2\frac{e}{m}U}}l^2$.

Поэтому для ρ находим следующее выражение:

$$\rho = -\frac{I}{\pi\Phi^2\sqrt{2\frac{e}{m}U}},$$

где Φ — радиус пучка и U — потенциал на оси являются функциями координаты z.

Теперь подставим найденное выражение для ρ в (21). Для интегрирования введем цилиндрические координаты r, φ, z (точка наблюдения) и

ρ, ϑ, ζ (точка истока). Интегрирование по ϑ и ρ производится без затруднений, и мы получаем

$$\frac{2(n-1)I}{\sqrt{2\frac{e}{m}}}\int\frac{\sqrt{\Phi^2(\zeta)+(z-\zeta)^2}-|z-\zeta|}{\Phi^2(\zeta)\sqrt{U(\zeta)}}d\zeta=U(z), \tag{23}$$

где интегрирование по ζ производится по всей длине пучка. Выражение (23) может служить для выяснения влияния пространственного заряда на потенциал. Однако оно достаточно сложно для применения. Для упрощения расчетов и ориентировочных оценок примем, что радиус пучка меняется мало и пучок близок к цилиндрическому с радиусом Φ_0. Кроме того будем считать, что потенциал $U(z)$ также мало изменяется по длине пучка. Тогда можно положить его равным постоянной величине U_0. В этом случае в (23) получим интеграл

$$p=\int\limits_{\zeta=-\frac{l}{2}}^{\zeta=\frac{l}{2}}\left(\sqrt{\Phi_0^2+(z-\zeta)^2}-|z-\zeta|\right)d\zeta, \tag{24}$$

где l — длина пучка, причем начало координат мы совместили со средней точкой пучка. Интеграл (24) имеет максимальное значение при $z=0$. Обозначим величину этого максимума через $p_{\text{макс}}$:

$$p_{\text{макс}}=\frac{l^2}{4}\left[\sqrt{1+\left(\frac{2\Phi_0}{l}\right)^2}-1+\left(\frac{2\Phi_0}{l}\right)^2\ln\frac{1+\sqrt{1+\left(\frac{2\Phi_0}{l}\right)^2}}{\left(\frac{2\Phi_0}{l}\right)}\right].$$

Если

$$\frac{2\Phi_0}{l}\ll 1,$$

то

$$p_{\text{макс}}=\Phi_0^2\left(\frac{1}{2}+\ln\frac{l}{\Phi_0}\right).$$

Введя Φ_0, U_0 и последнее выражение для $p_{\text{макс}}$ в (24), найдем соотношение

$$\frac{(n-1)I}{U_0^{3/2}\sqrt{2\frac{e}{m}}}\left(1+2\ln\frac{l}{\Phi_0}\right)=1, \tag{25}$$

которым очень удобно пользоваться.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вывод уравнения (1), сделанный в настоящей статье, дает возможность утверждать, что оно справедливо для параксиальных пучков с любой плотностью тока.

Входящий в уравнение потенциал на оси пучка создается как зарядами на электродах, так и собственным пространственным зарядом пучка.

Составляющей потенциала от пространственного заряда можно пренебречь, если соблюдается соотношение (23) или (25), где n — большое число.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Т. Овчаров, Теория формирования электронных пучков, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 6, 696.

Поступила в редакцию
8 XII 1959

МЕТОД ЦЕПНЫХ ЛИНИЙ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ТРАЕКТОРИЙ РЕЛЯТИВИСТСКИХ И УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

А. М. Страшкевич

Описан и обоснован теоретически метод «цепных линий» для построения траекторий релятивистских заряженных частиц. Метод особенно удобен в случае ультрарелятивистских частиц.

В монографии Зворыкина и Мортона ([1], стр. 86—87) описан удобный графоаналитический метод построения плоских траекторий нерелятивистских частиц — метод парабол. Идея метода заключается в том, что элемент траектории между двумя достаточно близкими эквипотенциальными поверхностями мало отличается от параболы, поскольку поле в малой области можно считать приблизительно однородным, а в однородном поле нерелятивистская заряженная частица движется по параболе. В методе парабол используются некоторые изучаемые в аналитической геометрии особенности этой кривой. Естественно возникает вопрос, нельзя ли аналогичным образом строить траектории релятивистских частиц, исходя из того, что на элементе траектория мало отличается от цепной линии, поскольку поле мало отличается от однородного (известно, что в однородном поле траектория релятивистской частицы есть цепная линия).

Действительно, на основании исследования, изложенного в настоящей работе, удается получить такой приближенный метод построения траекторий релятивистских заряженных частиц, который можно назвать методом цепных линий; он может быть использован в инженерно-физической практике.

Предлагаемый метод особенно прост при ультрарелятивистских скоростях частиц, т. е. в случае, когда $\alpha = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \gg 1$. Построение траекторий ультрарелятивистских частиц в ряде случаев представляет существенный интерес, так как тогда находятся те предельные линии, к которым стремятся траектории частиц при возрастании их скоростей — притом независимо от величины удельного заряда e/m_0. Вторым предельным случаем являются обычные траектории нерелятивистских частиц, для которых $\alpha \simeq 1$. Напомним, что в обоих предельных случаях траектория зависит только от отношения приложенных к электродам потенциалов к ускоряющему напряжению и не зависит от удельного заряда, согласно законам подобия [2]. Общий случай, когда скорость (а значит и α) релятивистской частицы имеет произвольную величину, более сложен при расчете и построении траектории: тогда она зависит и от удельного заряда и от абсолютных величин потенциала точек поля. Рассмотрение названных выше простых предельных случаев позволяет легко находить своеобразную «вилку», т. е. пределы, в которых будут заключены траектории при произвольных значениях скоростей частицы. Ниже будет описано, как и в общем случае характерные геометрические свойства цепной линии могут быть использованы для приближенного нахождения траектории в произвольном электростатическом поле.

Уравнение траектории релятивистской заряженной частицы в однородном поле можно записать в следующем виде:

$$x = C_1 + C_2 \operatorname{ch}(C_3 + C_4 y), \qquad (1)$$

где

$$C_1 = x_0 - \frac{\Phi_0}{\Phi'}(1 + \varkappa_0); \tag{1а}$$

$$C_2 = \frac{\Phi_0}{\Phi'}\sqrt{\varkappa_0^2 + (1 + 2\varkappa_0)\sin^2\gamma_0}; \tag{1б}$$

$$C_3 = \operatorname{Arth}\left(\frac{\sqrt{1 + 2\varkappa_0}}{1 + \varkappa_0}\cos\gamma_0\right) - \frac{\Phi' y_0}{\Phi_0\sqrt{1 + 2\varkappa_0}\sin\gamma_0}; \tag{1в}$$

$$C_4 = \frac{\Phi'}{\Phi_0\sqrt{1 + 2\varkappa_0}\sin\gamma_0}. \tag{1г}$$

Здесь x_0, y_0 — координаты начальной точки, потенциал которой обозначен Φ_0; γ_0 — начальный угол наклона к оси x; $\Phi' = d\Phi/dx = \operatorname{grad}\Phi$; $\varkappa_0 = -m_0c^2/e\Phi_0$. Уравнение (1) может быть получено, например, путем несложных преобразований из уравнения (15) работы [2]. Найдем координаты $x_в$, $y_в$ вершины цепной линии из условия

$$\frac{dx}{dy} = C_2C_4\operatorname{sh}(C_3 + C_4y) = 0; \tag{2}$$

искомые координаты будут

$$x_в = C_1 + C_2, \tag{2а}$$

$$y_в = -\frac{C_3}{C_4}. \tag{2б}$$

Преобразуем уравнение (1) к осям ξ, η (которые параллельны x, y), взяв начало координат в точке $x = x_в - C_2$, $y = y_в$; получим

$$\xi = C_2\operatorname{ch}(C_4\eta), \tag{3}$$

где

$$\xi = x - C_1; \tag{3а}$$

$$\eta = y + \frac{C_3}{C_4}. \tag{3б}$$

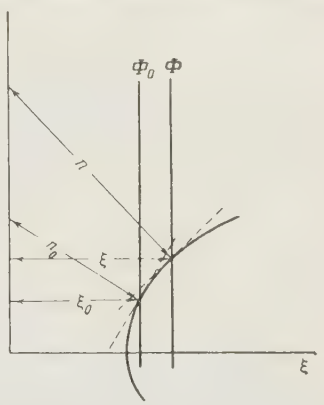


Рис. 1. Нахождение длины нормалей для траектории ультрарелятивистской частицы в однородном поле

Теперь рассмотрим ультрарелятивистский случай. Если $\varkappa \gg 1$, то величина $\varkappa = -m_0c^2/e\Phi$ близка к нулю; тогда уравнение (3) принимает вид

$$\xi = \frac{\Phi_0\sin\gamma_0}{\Phi'}\operatorname{ch}\left(\frac{\Phi'\eta}{\Phi_0\sin\gamma_0}\right), \tag{4}$$

так как в этом случае

$$C_2 = \frac{\Phi_0}{\Phi'}\sin\gamma_0 = \frac{1}{C_4}. \tag{4а}$$

Для цепной линии, уравнением которой является (4), длина нормали n равна величине радиуса кривизны R (рис. 1). В начальной точке с координатами $\xi_0 = x_0 - C_1$, $\eta_0 = y + \frac{C_3}{C_4}$ имеем

$$n_0 = \xi_0\sqrt{1 + \left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)_0^2} = \frac{\xi_0^2\Phi'}{\Phi_0\sin\gamma_0}; \tag{5}$$

такое же выражение получаем для величины радиуса кривизны

$$R_0 = \frac{\left[1 + \left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)_0^2\right]^{3/2}}{\left(\frac{d^2\xi}{d\eta^2}\right)_0} = \frac{\xi_0^2\Phi'}{\Phi_0\sin\gamma_0}. \tag{5а}$$

Из соотношений (3а) и (1а) получаем для ξ_0, которое входит в эти выражения,

$$\xi_0 = x_0 - \left(x_0 - \frac{\Phi_0}{\Phi'}\right) = \frac{\Phi_0}{\Phi'}, \tag{5б}$$

поэтому

$$n_0 = R_0 = \frac{\Phi_0}{\Phi' \sin \gamma_0}. \tag{5в}$$

Соотношение такого типа может быть написано и для любой точки траектории:

$$n = R = \frac{\Phi}{\Phi' \sin \gamma}. \tag{6}$$

Эта формула может быть непосредственно получена из (4). В самом деле, для произвольной точки ξ, η на траектории имеем

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \operatorname{ctg} \gamma = \operatorname{sh} \frac{\Phi' \eta}{\Phi_0 \sin \gamma_0}, \tag{7}$$

значит угол $\frac{\pi}{2} - \gamma$ есть гиперболическая амплитуда («трансцендентный угол») выражения $\Phi' \eta / \Phi_0 \sin \gamma_0$, и из (4) находим

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = \operatorname{ch} \frac{\Phi' \eta}{\Phi_0 \sin \gamma_0} = \frac{\Phi' \xi}{\Phi_0 \sin \gamma_0},$$

откуда

$$\xi = \frac{\Phi_0 \sin \gamma_0}{\Phi' \sin \gamma}. \tag{8}$$

Но при релятивистских скоростях частиц из условия постоянства перпендикулярных к силовым линиям составляющих импульса следует

$$\sqrt{\alpha^2 - 1} \sin \gamma = \sqrt{\alpha_0^2 - 1} \sin \gamma_0; \tag{9}$$

так как $\alpha = 1 - \frac{e\Phi}{m_0 c^2}$, в ультрарелятивистском случае из (9) получаем

$$\Phi \sin \gamma = \Phi_0 \sin \gamma_0. \tag{10}$$

Из (8) и (10) находим

$$\xi = \frac{\Phi}{\Phi'}. \tag{11}$$

Применяя обычные формулы для n и R к соотношению (4), будем иметь

$$n = R = \frac{\xi^2 \Phi'}{\Phi_0 \sin \gamma_0}. \tag{12}$$

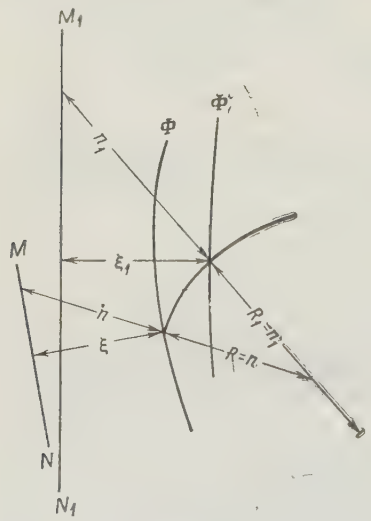


Рис. 2. Построение траектории ультрарелятивистской частицы в неоднородном поле

Подставляем в это выражение ξ из (11) и учитываем (10); тогда получим окончательное выражение (6).

Если поле неоднородно, можем приближенно считать его однородным в достаточно малых элементарных объемах. Предлагаемый метод цепных линий для произвольного электростатического поля в ультрарелятивистском случае заключается в следующем. Нужно в заданной точке провести перпендикуляр к элементу эквипотенциальной линии (поверхности) и отложить на нем отрезок $\xi = \Phi/\Phi'$ (рис. 2). Затем проводим прямую MN (ось η),

раллельную данному элементу эквипотенциальной линии. Находим ину нормали n. Радиусом R, равным n, проводим дугу, аппроксими-ующую элемент траектории. Затем все построение повторяется для олучения следующего элемента. Как это обычно делается, значения Φ' аходим приближенно, разделив раз-ость потенциалов соседних элементов вух близких эквипотенциальных по-ерхностей на расстояние между ними. ем меньше эти расстояния и длины ппроксимирующих дуг, тем ближе раектория к истинной.

При нахождении названной выше илки (т. е. при построении предель-ых траекторий) удобно применять писанный метод и одновременно строить раекторию нерелятивистской частицы ледующим способом. Каждый раз, ког-а для ультрарелятивистской частицы строен очередной элемент траекто-ии, проводим и дугу соответственно ольшего радиуса (см. ниже формулу (7)); из таких дуг составляется траек-ория нерелятивистской частицы. В мом деле, в однородном поле уравне-ие траектории частицы с постоянной ассой будет

$$y = x_0 + (y - y_0)\operatorname{ctg}\gamma_0 + \frac{(y-y_0)^2\Phi'}{4\Phi_0 \sin^2\gamma_0} \qquad (13)$$

и, если произвести преобразование параллельным осям с началом коор-инат в вершине параболы,

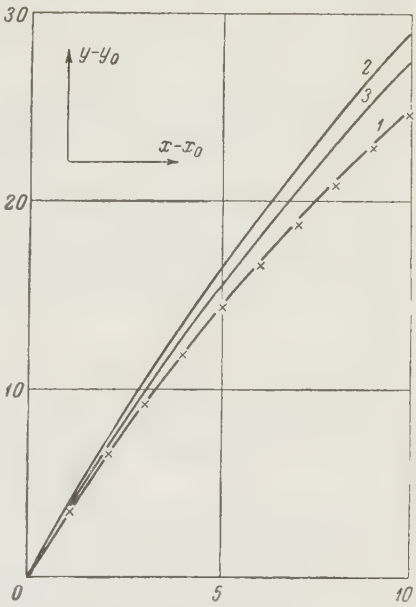


Рис. 3. «Вилка», рассчитанная для случая однородного поля. Для ультрарелятивистской частицы применение метода цепных линий дает точки (обозначенные крестиками), весьма близкие к точной траектории *1*

$$\xi = \frac{\Phi'\eta^2}{4\Phi_0 \sin^2\gamma_0}. \qquad (13а)$$

ормула (9) для нерелятивистских частиц превращается в

$$v \sin\gamma = v_0 \sin\gamma_0, \qquad (14)$$

е v и v_0 — величины скоростей, а γ и γ_0 — углы наклона траектории точках с потенциалами Φ и Φ_0. Поэтому вместо (10) получаем

$$\Phi \sin^2\gamma = \Phi_0 \sin^2\gamma_0. \qquad (15)$$

еличины $\Phi_0 \sin^2\gamma_0$ и $\Phi \sin^2\gamma$ равны потенциалу $\Phi_в$ вершины параболы, к как в вершине $\gamma = \pi/2$. С другой стороны, имеем

$$\frac{\Phi - \Phi_в}{\xi} = \Phi'. \qquad (16)$$

читывая (15) и (16), находим для радиуса кривизны R в любой точке параболической траектории

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2\xi}{d\eta^2}} = \frac{2\Phi}{\Phi' \sin\gamma}. \qquad (17)$$

Это выражение для R отличается коэффициентом 2 от даваемого фор-улой (6) в ультрарелятивистском случае.

На рис. 3 представлены траектории заряженных частиц в однородном оле при $\gamma_0 = 75°$, полученные точным интегрированием уравнений дви-

жения. Кривая *1* — траектория ультрарелятивистской частицы, кривая *2* — траектория частицы с неизменной массой (т. е. нерелятивистской). Предположено, что потенциал Φ_0 начальной точки в 100 раз больше, чем $\Phi' \Delta x$, где Δx — интервал, принятый за единицу масштаба. Траектория *3* рассчитана для частицы, у которой $\varkappa_0 = 1{,}278$ (например, для электрона при $\Phi_0 = 4 \cdot 10^5\, в$). Конечно, она попадает в вилку, образуемую кривыми *1* и *2*. Крестиками обозначены точки, найденные описанным выше приближенным способом. Чтобы отделить погрешность, обусловленную существом метода, от неточностей графического построения, последнее было заменено расчетом по полученным в настоящей работе соотношениям. Видим, что точки ложатся весьма близко к точной кривой.

Что касается общего релятивистского случая, то прежде всего следует заметить, что для цепной линии, уравнением которой является (3), равенство $R = n$ уже несправедливо, так как $C_2 \neq 1/C_4$. Однако можно изменить масштаб на одной из декартовых осей координат так, чтобы уравнение (3) приняло вид

$$\xi^* = C_2 \operatorname{ch} \frac{\eta^*}{C_2} \tag{18}$$

и чтобы специфическое свойство цепной линии ($R^* = n^*$) могло быть использовано для графоаналитического нахождения траектории. Положим

$$\xi^* = \xi, \qquad \eta^* = C_2 C_4 \eta, \tag{19}$$

где, согласно (1б) и (1г),

$$C_2 C_4 = \sqrt{1 + \frac{\varkappa_0^2}{1 + 2\varkappa_0} \csc^2 \gamma_0}\,. \tag{19а}$$

Входящее в эту формулу выражение $\frac{\varkappa_0^2}{1 + 2\varkappa_0} \csc^2 \gamma_0$ будет равно $\frac{\varkappa^2}{1 + 2\varkappa} \csc^2 \gamma$ в любой точке траектории, так как из (9) следует, поскольку $\alpha = (1 + \varkappa)/\varkappa$, что

$$\frac{\sqrt{1 + 2\varkappa}}{\varkappa} \sin \gamma = \frac{\sqrt{1 + 2\varkappa_0}}{\varkappa_0} \sin \gamma_0. \tag{19б}$$

Таким образом, в однородном поле для данной траектории масштабный фактор $k = C_2 C_4$ для пересчета ординат кривых $\eta^* = \eta^*(\xi)$ и $\eta = \eta(\xi)$ неизменен и выражается равенством (19а). У этих кривых углы наклона γ^* и γ в соответствующих точках различны; они могут быть пересчитаны по следующей формуле:

$$\operatorname{ctg} \gamma = \frac{d\xi}{d\eta} = \frac{d\xi}{d\eta^*} \frac{d\eta^*}{d\eta} = C_2 C_4 \operatorname{ctg} \gamma^*. \tag{20}$$

Нужная для построения первого элемента величина ξ_0 может быть просто найдена из (3а) и (1а):

$$\xi_0 = x_0 - \left[x_0 - \frac{\Phi_0}{\Phi'}(1 + \varkappa_0)\right] = \frac{\Phi_0}{\Phi'}(1 + \varkappa_0). \tag{21}$$

Совершенно аналогично тому, как подобное доказательство сделано выше для ультрарелятивистского случая, доказывается, что

$$\xi = \frac{\Phi}{\Phi'}(1 + \varkappa). \tag{21а}$$

Из этого выражения как частный случай при $\varkappa = 0$ получаем (11).

Из изложенного следует, что точки траектории релятивистской частицы в произвольном поле могут быть приближенно найдены следующим образом. На перпендикуляре к элементу эквипотенциальной линии, про-

денном через заданную точку траектории, откладывается величина

$$\frac{\Phi}{\Phi'}(1+\varkappa).$$

Проводится прямая MN (как в ультрарелятивистском случае) строится нормаль n^*. Однако необходимо помнить, что это нормаль не к заданному направлению импульса (т. е. заданному направлению емента траектории), а к элементу вспомогательной кривой $\eta^* = \eta^*(\xi)$. гол наклона γ^* этого элемента через заданный угол γ находим по (20). тем радиусом $R^* = n^*$ проводим элементарную дугу вспомогательной ивой. В конце каждого элемента изменение $\Delta\gamma^*$ пересчитываем на $\Delta\gamma$ тем деления на $k = C_2C_4$ (см. формулы (19), (19а)). В полученной таким разом точке искомой траектории (зная уже направление вспомогательной кривой) повторяем данное построение сначала; находим следующую чку и т. д. При этом нужно для каждого элемента брать свое значение ожителя k. При $\alpha \gg 1$ вспомогательная кривая обращается в траекрию, так как тогда $k = 1$.

В ы в о д ы. Описан новый графоаналитический метод (метод цепных ний) нахождения траекторий релятивистских и ультрарелятивистских стиц в электростатических полях.

Дано подробное теоретическое обоснование применяемых в методе строений.

Предложен простой графоаналитический способ построения вилки: и заданных начальных координатах и углах наклона находятся две едельные кривые, между которыми пройдут все траектории релятивиских частиц (при самых различных скоростях и удельных зарядах).

Произведены расчеты траекторий (рис. 3), иллюстрирующие изложенную орию и показывающие, что погрешность, которая связана с существом едлагаемого приближенного метода, достаточно мала.

ЛИТЕРАТУРА

В. К. З в о р ы к и н, Д. А. М о р т о н, Телевидение, ИЛ, 1956.
А. М. С т р а ш к е в и ч, ЖТФ, 1953, 23, 10, 1796.

Поступила в редакцию
27 VIII 1959

1960 № 7

ПРИМЕНЕНИЕ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА ДЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ НАСТРОЙКИ РАЗРЯДНИКА БЛОКИРОВКИ ПЕРЕДАТЧИКА

А. М. Старик

Отмечается возможность использования тлеющего разряда для электронной настройки разрядника блокировки передатчика. Рассмотрено условие резонанса и получена расчетная зависимость резонансной длины волны от концентрации электронов. Произведена оценка потерь в ответвлении в зависимости от величины полосы электронной настройки.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы появился целый ряд работ [1—6], посвященных применению тлеющего разряда для управления распространением сантиметровых волн в волноводах. Такая возможность вытекает из наличия зависимости постоянной распространения волновода, заполненного ионизированной средой, от концентрации электронов. Путем изменения тока тлеющего разряда, созданного в волноводе, можно изменять постоянную распространения. Чтобы избежать потерь на рассеяние, выбирают условия, при которых величина постоянной затухания достаточно мала, а фазовая постоянная имеет заметную величину, существенно зависящую от концентрации электронов.

В настоящей работе рассмотрено условие резонанса короткозамкнутого с одной стороны участка волновода, заполненного ионизированным газом, и сделана оценка эффективности использования этого элемента для создания разрядника блокировки передатчика с электронной настройкой. Ранее была описана попытка [6] осуществления подобным же образом электронной настройки отражательного клистрона. Добротность резонатора клистрона значительно превышает добротность разрядника. Поэтому осуществление электронной настройки последнего упомянутым способом представляется вполне реальным.

1. УСЛОВИЕ РЕЗОНАНСА

Настройка широкополосных разрядников блокировки передатчика производится обычно [7] путем изменения расстояния от короткозамыкающей пластины до входного окна. Разрядник при этом включается в тройник (рис. 1, *а*). Имеется в виду, что в резонансе проводимость короткозамкнутого участка волновода («шлейфа») должна компенсировать суммарную проводимость окна и сопряжения, носящую, как правило, емкостной характер.

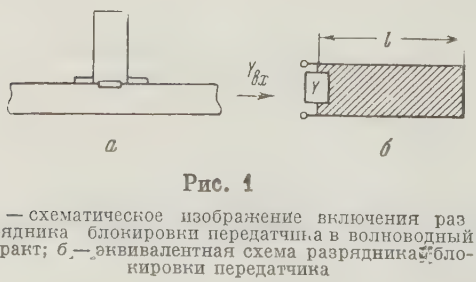


Рис. 1

а — схематическое изображение включения разрядника блокировки передатчика в волноводный тракт; *б* — эквивалентная схема разрядника блокировки передатчика

Если изменять длину волны, то проводимости окна, сопряжения и шлейфа изменяются, и компенсация нарушается. Создавая тлеющий разряд в короткозамкнутом участке волновода, можно изменять электрическую длину шлейфа, оставляя физическую длину неизменной. В результате появляется возможность выбором тока разряда на каждой волне установить такое электрическое расстояние, при котором проводимость

лейфа будет компенсировать проводимости окна и сопряжения. Если нхронизировать изменения тока разряда с перестройкой передатчика, зрядник блокировки передатчика будет на любой волне находиться периоды приема в резонансе.

Выбор давления газа определяется условием $\nu_c \ll \omega$ (ν_c — частота столкновений электронов с атомами газа, ω — частота высокочастотного поля). ри этом условии постоянная затухания α пренебрежимо мала. Предполагается, что активная составляющая суммарной проводимости окна и пряжения также достаточно мала.

В периоды передачи на входном окне будет возникать, как и в обычных зрядниках, высокочастотный разряд, создающий благоприятные условия для прохождения мощности по основному волноводному тракту. связи с этим возможно окажется целесообразным выделить область оло входного окна в отдельный герметизированный объем с наполнением, оптимальным с точки зрения характеристик высокочастотного зряда.

Рассмотрим условие резонанса описанной системы. В соответствии сказанным будем рассматривать схему, изображенную на рис. 1, *б*. ходная проводимость имеет следующий вид:

$$Y_{\text{вх}} = Y + Y_0' \operatorname{cth} \gamma l, \tag{1}$$

е Y_0' — волновая проводимость волновода, заполненного средой с конечной проводимостью; $\gamma = \alpha + j\beta$ — постоянная распространения полненного волновода; Y — суммарная проводимость окна и сопряжения; — длина участка волновода.

Если средой, заполняющей волновод, является ионизированный газ ри достаточно малом давлении, то фазовая постоянная β связана с концентрацией электронов n выражением

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}}\right)^2 - \frac{ne^2\mu_0}{m}}, \tag{2}$$

де $\lambda_{\text{в}}$ — длина волны в незаполненном волноводе; μ_0 — магнитная проницаемость свободного пространства; e и m — заряд и масса электрона.

Пользуясь приведенными выражениями (1) и (2), легко получить уравнение, связывающее резонансную длину волны с величиной концентрации лектронов в волноводе. Поскольку при резонансе $\operatorname{Im}(Y_{\text{вх}}) = 0$, то для олебаний типа H

$$Y - \frac{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}}\right)^2 - \frac{ne^2\mu_0}{m}}}{\omega\mu_0} \operatorname{ctg} l \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}}\right)^2 - \frac{ne^2\mu_0}{m}} = 0. \tag{3}$$

Если закон изменения Y с длиной волны задан, то решение уравнения 3) позволяет определить зависимость резонансной длины волны от концентрации электронов в волноводе.

2. СЛУЧАЙ ЕМКОСТНОЙ ПРОВОДИМОСТИ

Будем считать, что на вход шлейфа включена емкостная проводимость, квивалентная суммарной проводимости окна и сопряжения при включении в тройник. Исходя из (3), условие резонанса для этого случая можно аписать в виде

$$\operatorname{ctg} \frac{l}{\lambda_{\text{кр}}} \sqrt{4\pi^2 x - n\lambda_{\text{кр}}^2 \frac{e^2\mu_0}{m}} = C - \frac{x}{\sqrt{4\pi^2 x - n\lambda_{\text{кр}}^2 \frac{e^2\mu_0}{m}}}, \tag{4}$$

где $\lambda_{кр}$ — критическая длина волны; C — постоянный коэффициент, $x = \frac{1}{\eta_i^2} - 1$ и $\eta_i = \lambda/\lambda_{кр}$. Величина коэффициента C зависит от скорости изменения проводимости окна и сопряжения с длиной волны.

Графическое решение уравнения (4) дает возможность получить зависимость резонансной длины волны от концентрации электронов. На рис. 2 построены соответствующие кривые для нескольких значений коэффициента C. Значение $e/\lambda_{кр}$ было выбрано при расчете кривых равным 1,09.

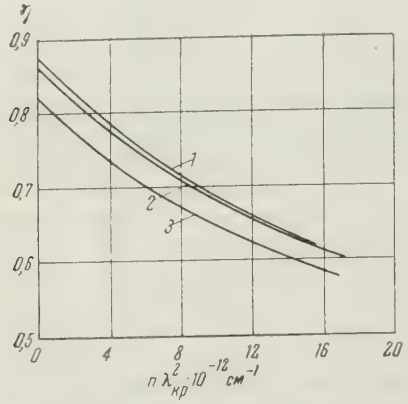


Рис. 2. Настройка разрядника в зависимости от концентрации электронов:

1 — $C = 14$; *2* — $C = 7$; *3* — $C = 0$

Следует отметить, что в данном случае нет отмеченного в [5] ограничения со стороны большой концентрации электронов. Ограничение связано с тем, что при работе газоразрядного фазовращателя на фиксированной длине волны возрастание n приводит к тому, что начинает выполняться условие

$$\frac{ne^2\mu_0}{m} \geqslant \left(\frac{2\pi}{\lambda_в}\right)^2 \qquad (5)$$

и, как видно из (2), волновод становится предельным. Поскольку в рассматриваемом случае при увеличении n одновременно уменьшается рабочая длина волны, условие (5) никогда не достигается. Таким образом, минимальная длина волны, на которую может быть настроена система, определяется максимальной концентрацией электронов, которая может быть создана в приборе.

При $n = 0$ прибор окажется настроенным на максимальную длину волны, зависящую при заданных размерах волновода только от длины участка волновода и величины коэффициента C. Очевидно, что для определения максимальной длины волны (или $\eta_{макс}$) по заданным l и C необходимо решить уравнение

$$\operatorname{ctg} 2\pi \frac{l}{\lambda_{кр}} \sqrt{x} = C \frac{\sqrt{x}}{2\pi}.$$

Если принять, что нормированная проводимость окна и сопряжения стандартного разрядника блокировки передатчика имеет емкостной характер и что величина ее порядка единицы, то получим, что C составляет 13—16. Одна из кривых на рис. 2 и данные табл. 1 были вычислены для значения $C = 14$.

Таблица 1

Необходимая максимальная концентрация электронов в зависимости от полосы перестройки

$\delta\lambda$, %	±6	±10	±15	±20
$n_{макс}\lambda_{кр}^2 \cdot 10^{-12}$, $см^{-1}$	4,4	8,0	13,0	19,0

Представляет интерес оценить величину максимальной концентрации электронов, необходимой для обеспечения электронной перестройки системы в заданном диапазоне частот. Это можно сделать следующим образом. Если заданы максимальная длина волны диапазона $\lambda_{макс}$ (или $\eta_{макс}$) и относительная полоса перестройки $\delta\lambda = \Delta\lambda/\lambda_{ср}$ ($\Delta\lambda = (\lambda_{макс} - \lambda_{мин})/2$), то, подставляя в уравнение (4) значение $x = \frac{(1+\delta\lambda)^2}{\eta_{макс}^2 (1-\delta\lambda)^2} - 1$, можно получить зависимость максимальной концентрации электронов $n_{макс}$ от $\delta\lambda$. При этом предполагается, что l и C уже выбраны таким образом, чтобы обеспечивалась настройка на требуемую максимальную длину волны.

В табл. 1 приведены значения $n_{макс}\lambda_{кр}^2$, посчитанные указанным выше способом. Величина $\eta_{макс}$ для выбранных значений l и C составляла

87. Из таблицы видно, что даже полоса электронной настройки ±20% жет быть обеспечена при вполне достижимых значениях концентрации ектронов.

В крайнем случае $C = 0$ уравнение (4) позволяет получить формулу, посредственно связывающую длину волны и концентрацию электронов:

$$\eta = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\eta_{\text{макс}}}\right)^2 + n\lambda_{\text{кр}}^2 \frac{e^2\mu_0}{m}}}. \qquad (6)$$

Входящая в выражение (6) величина $\eta_{\text{макс}}$ зависит только от $l/\lambda_{\text{кр}}$, эта зависимость определяется в случае $C = 0$ условием

$$\frac{1}{\eta_{\text{макс}}^2} = 1 + \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{4\left(\frac{l}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2} \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots).$$

В этом же случае легко получить формулу, связывающую $\delta\lambda$, $\eta_{\text{макс}}$ и макс. Для этого нужно в (6) подставить $\eta_{\text{мин}} = \eta_{\text{макс}}\left(\frac{1-\delta\lambda}{1+\delta\lambda}\right)$. В результате получим

$$(n_{\text{макс}}\lambda_{\text{кр}}^2) = \frac{16\pi^2 m}{e^2\mu_0} \frac{\delta\lambda}{\eta_{\text{макс}}^2 (1-\delta\lambda)^2}.$$

3. ОЦЕНКА ПОТЕРЬ В ОТВЕТВЛЕНИИ

Приведенные в предыдущих параграфах данные показывают, что электронная настройка разрядника блокировки передатчика может производиться описанным способом в весьма широком диапазоне длин волн. Для оценки целесообразности практического осуществления рассмотренного выбора необходимо также знать величину создаваемых им потерь в ответвлении. Согласно [7] максимальные при изменении фазы магнетрона потери в ответвлении в случае, когда разрядник блокировки передатчика настроен в резонанс, выражаются формулой

$$L = 20 \lg\left(1 + \frac{g}{2}\right), \qquad (7)$$

где g — эквивалентная нормированная активная проводимость разрядника. Оценим эту величину для разрядника с электронной настройкой.

Выше предполагалось, что величиной постоянной затухания при надлежащем выборе рода и давления газа можно пренебречь. Практически, однако, эта величина имеет малое, но конечное значение, что несущественно при определении резонансной длины волны, но должно быть учтено при оценке потерь. Соответственно должна быть учтена и активная составляющая проводимости окна и сопряжения.

Потери, вносимые описанным в [6] фазовращателем, составляли 0,15 *дб*, а длина пространства, занятого разрядом,— около 8 *см*. Исходя из этих цифр, можно считать, что α не превышала 0,003 $см^{-1}$. Пользуясь приведенной оценкой, легко получить из (1) следующее выражение для активной составляющей входной проводимости разрядника с электронной настройкой:

$$G \simeq \mathrm{Re}\,(Y) + Y_0' \frac{(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta l)\,\alpha l}{1 + (\alpha l)^2 \operatorname{ctg}^2 \beta l}. \qquad (8)$$

При условии $\pi/2 \geqslant \beta l \geqslant \pi/4$ формула (8) значительно упрощается:

$$g \leqslant 2\alpha l \frac{Y_0'}{Y_0} + \mathrm{Re}\,(y). \qquad (9)$$

Известно [7], что для обычных широкополосных разрядников $\mathrm{Re}(y) \leqslant 0{,}05$. Для оценки первого члена в (9) возьмем, например, $\lambda = 3{,}2$ *см* и $n \leqslant 10^{11}$ $см^{-1}$. В результате получим, что $g \leqslant 0{,}17$.

Следует отметить, что для работы разрядника даже в весьма широком диапазоне длин волн допустима, по-видимому, значительно меньшая длина участка волновода, заполненного ионизированным газом, чем это необходимо в случае упомянутого фазовращателя. Поэтому практически величина g может быть существенно уменьшена по сравнению с приведенной цифрой.

Поскольку разрядник с электронной настройкой всегда находится в резонансе, то согласно (7) создаваемые им потери в ответвлении не зависят от длины волны. На самом деле, однако, необходимо учитывать частотную зависимость электрической длины участка волновода между плоскостями включения разрядника блокировки передатчика и разрядника защиты приемника. Это проще всего сделать, пользуясь круговой диаграммой и диаграммой потерь. В табл. 2 приведены результаты подобных вычислений для случая, когда электрическое расстояние между разрядником защиты приемника и разрядником блокировки передатчика составляет $\pi/2$ на средней длине волны диапазона.

Таблица 2

Максимальные потери в ответвлении ($дб$) при различных значениях g и $\delta\lambda$

g	$\delta\lambda$, %			
	±6	±10	±15	±20
0,05	0,25	0,3	0,5	0,85
0,1	0,4	0,5	0,7	1,2
0,15	0,6	0,7	1,0	1,4

По-видимому, уровень потерь может быть несколько понижен по сравнению с данными табл. 2 путем некоторой расстройки прибора относительно рабочей волны передатчика, имеющей целью в какой-то мере скомпенсировать эффект длинной линии в участке волновода между разрядниками.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты свидетельствуют о том, что для осуществления электронной перестройки разрядника блокировки передатчика в полосе ±15—20% необходимо создать в короткозамкнутом участке волновода такую концентрацию электронов, чтобы величина $n\lambda_{кр}^2$ составляла $(4-20)\cdot 10^{12} см^{-1}$ при длине участка, характеризующейся отношением $\frac{l}{\lambda_{кр}} \simeq 1{,}1$. В 3-$см$ диапазоне это соответствует концентрации электронов порядка $(1-10)\cdot 10^{11}$ $см^{-3}$. Сделанные оценки указывают на возможность получения в упомянутой полосе максимальных потерь в ответвлении, не превышающих 1,0—1,5 $дб$. Концентрация электронов указанной величины согласно имеющимся данным может быть легко получена путем использования катодных частей тлеющего разряда. При использовании плазмы, характеризующейся значительно меньшей концентрацией электронов, потребовалось бы существенно увеличить длину прибора.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Goldstein, N. Cohen, Phys. Rev., 1948, **73**, 1, 83.
2. L. Goldstein a. oth. Electr. Commun., 1952, **29**, 3, 243.
3. D. Pringle, E. Whitmore, J. Scient. Instrum., 1953, **30**, 9, 320.
4. D. Pringle, J. Scient. Instrum., 1955, **32**, 4, 125.
5. E. Bradly, D. Pringle, J. Brit. Instn Radio Engrs, 1955, **15**, 1, 11.
6. D. Pringle, E. Bradly, J. Electronics, 1956, **1**, 4, 389.
7. Антенные переключатели, перев. под ред. Р. И. Перец, Изд. Советское радио, 1950.

Поступила в редакцию
21 XI 1959

К ТЕОРИИ ДЕИОНИЗАЦИИ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. С. Сыргий, В. Л. Грановский

Развивается теория процесса деионизации разреженного газа в цилиндрическом сосуде, помещенном в однородное магнитное поле, параллельное оси.

Остаточная плазма предполагается изотермической; учитываются диффузия и объемная рекомбинация заряженных частиц. Полученные общие формулы просчитаны на конкретном примере гелия при давлении 0,06—0,33 *мм* рт. ст. и магнитном поле 0—1500 *гс*; приведены графики полученных зависимостей.

Рассматривается деионизация разреженного газа в цилиндрическом сосуде длины h и радиуса a, помещенного в однородное магнитное поле, направленное параллельно оси цилиндра. Предполагается, что:

1) газ является плазмой ($n_+ = n_-$);

2) плотность и температура газа всюду одинаковы;

3) плотность газа соответствует диффузионному режиму; длины свободных пробегов электронов (λ_e) и ионов (λ_p) значительно меньше h и a;

4) носителями заряда являются электроны и положительные ионы одного рода;

5) внешнего электрического поля не приложено;

6) новой ионизации не происходит;

7) рекомбинация зарядов происходит как на стенках сосуда, так и в объеме самого газа;

8) коэффициенты диффузии (D) и рекомбинации (β) постоянны в течение процесса.

Последнее предположение несправедливо в общем случае, так как температура электронов в процессе распада неизотермической плазмы низкого давления постепенно понижается [1]. Однако оно приложимо к более поздней стадии процесса, когда плазма становится изотермической, и при самых низких давлениях, когда T_e не успевает измениться за время деионизации;

9) при решении задачи примем кроме того, что магнитное поле не влияет заметно на коэффициент рекомбинации β*; напротив, коэффициент диффузии в направлении, перпендикулярном магнитному полю, ($D_{a\perp}$) изменяется с ростом магнитной индукции B согласно теории диффузии при упругих столкновениях [2].

Уравнение баланса положительных ионов с учетом объемной рекомбинации имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla(\tilde{D}_a \nabla n) - \beta n^2, \qquad (1)$$

где $\tilde{D}_a$ — коэффициент амбиполярной диффузии (в магнитном поле — тензорная величина); β — коэффициент объемной рекомбинации. В цилиндрических координатах, при наличии магнитного поля $\vec{B}$, параллельного

* Такое предположение, вероятно, справедливо при не слишком сильных магнитных полях и при всех давлениях, при которых каждый акт рекомбинации элементарен, т. е. в нем участвуют две или три частицы. Оно соответствует обычным допущениям о том, что магнитное поле в этих условиях не влияет ни на частоту соударений между частицами, ни на эффективное сечение элементарных процессов. Оно перестает быть справедливым при очень больших B и в сжатых газах, где механизм рекомбинации описывается теорией Ланжевена (случаи, не рассматриваемые в этой работе).

оси z,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_{a\perp}(B)\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial n}{\partial r}\right) + D_{a\parallel}\,\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - \beta n^2, \tag{2}$$

$D_{a\perp}(B)$ — коэффициент амбиполярной диффузии в направлении, перпендикулярном магнитному полю; $D_{a\parallel}$ — коэффициент амбиполярной диффузии вдоль поля (не зависящий от напряженности поля).

Принимаем следующие краевые условия:

$$n(a, z, t) = n(r, h, t) = n(r, 0, t) = 0 \tag{3}$$

и начальное условие

$$n(r, z, t_0) = n_0(r, z, t_0). \tag{4}$$

Решаем задачу методом, аналогичным примененному в работе Яффе [3]. Ищем решения (2) в виде

$$n(r, z, t) = N(t)\,n^*(r, z, t), \tag{5}$$

где n^* — решение чистодиффузионной задачи ($\beta = 0$) (см., например, [4]) которое в нашем случае имеет вид

$$n^* = \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\left[\frac{\eta_i^2}{h^2} D_{a\parallel} + \left(\frac{\eta_i'}{a}\right)^2 D_{a\perp}\right] t} J_0\left(\frac{\eta_i' r}{a}\right) \sin\frac{\eta_i z}{h}. \tag{6}$$

Вводим среднюю плотность ионов

$$\bar{n}(t) = \frac{2}{a^2 h}\int_0^a\int_0^h n r\,dr\,dz = \frac{2N(t)}{a^2 h}\int_0^a\int_0^h n^* r\,dr\,dz. \tag{7}$$

Подставляем (3) в (2), умножаем на $r\,dr\,dz$ и, проинтегрировав по r и z, получаем уравнение

$$\frac{a^2 h}{2}\,\frac{d\bar{n}}{dt} = D_{a\perp} N a \int_0^h \left(\frac{\partial n^*}{\partial r}\right)_a dz + D_{a\parallel} N \int_0^a \left[\left(\frac{\partial n^*}{\partial z}\right)_h - \left(\frac{\partial n^*}{\partial z}\right)_0\right] r\,dr -$$

$$- \beta N^2 \int_0^a\int_0^h r n^{*2}\,dr\,dz. \tag{8}$$

Подставляя в правую часть (8) N из (5), находим

$$\frac{d\bar{n}}{dt} = [D_{a\perp}^* + D_{a\parallel}^*]\,\bar{n} - \beta^*\bar{n}^2, \tag{9}$$

где

$$\left.\begin{aligned} D_{a\perp}^* &= a D_{a\perp}\,\frac{\int_0^h \left(\frac{\partial n^*}{\partial r}\right)_a dz}{\int_0^a\int_0^h r n^*\,dr\,dz};\\ D_{a\parallel}^* &= D_{a\parallel}\,\frac{\int_0^a \left[\left(\frac{\partial n^*}{\partial z}\right)_h - \left(\frac{\partial n^*}{\partial z}\right)_0\right] r\,dr}{\int_0^a\int_0^h r n^*\,dr\,dz};\\ \beta^* &= \frac{a^2 h}{2}\,\beta\,\frac{\int_0^a\int_0^h r\,(n^*)^2\,dr\,dz}{\left(\int_0^a\int_0^h r n^*\,dr\,dz\right)^2} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

(размерности D_a^* и D_a различны; $[D_a^*] = t^{-1}$).

Преобразуем выражения (10), подставляя в них (6) и выполняя интегрирование; получаем

$$\left.\begin{aligned} D^*_{a\perp} &= -\frac{S_2}{a^2 S_3} D_{a\perp}, \\ D^*_{a\parallel} &= -\frac{\pi^2}{h^2}\frac{S_4}{S_3} D_{a\parallel}, \\ \beta^* &= \frac{\pi^2}{32}\frac{S_1}{S_3^2}\beta, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

где

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \sum_{i=1}^{\infty} A_i^2 J_1^2(\eta_i') e^{-2k_i^2 t}; \\ S_2 &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_{2i+1}}{2i+1} \eta'_{2i+1} J_1(\eta'_{2i+1}) e^{-k^2_{2i+1} t}; \\ S_3 &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_{2i+1}}{(2i+1)\eta'_{2i+1}} J_1(\eta'_{2i+1}) e^{-k^2_{2i+1} t}; \\ S_4 &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(2i+1) A_{2i+1}}{\eta'_{2i+1}} J_1(\eta'_{2i+1}) e^{-k^2_{2i+1} t}; \\ \eta_i &= i\pi; \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

η_i' — i-й корень функции Бесселя первого рода нулевого порядка.

Уравнение (9) примет вид

$$\frac{d\bar{n}}{dt} = -\left[\frac{S_2}{a^2 S_3} D_{a\perp} + \frac{\pi^2}{h^2}\frac{S_4}{S_3} D_{a\parallel}\right]\bar{n} - \frac{\pi^2}{32}\frac{S_1}{S_3^2}\beta\bar{n}^2. \tag{13}$$

Для достаточно поздней стадии деионизации в суммах (12) можно оставить только первый член, так как остальные члены убывают гораздо быстрее первого. Так уже спустя 50 *мксек* после начала деионизации старые члены в суммах (12), при условиях, описанных ниже на стр. 1140, примерно в 1000 раз меньше первого члена ($k_1^2 = 17{,}5\cdot 10^3$ сек$^{-1}$, $k_2^2 \simeq 5k_1^2$, $k_3^2 \simeq 12k_1^2$). Тогда

$$\left.\begin{aligned} D^*_{a\perp} &= -\left(\frac{\eta_1'}{a}\right)^2 D_{a\perp}, \\ D^*_{a\parallel} &= -\frac{\pi^2}{h^2} D_{a\parallel}, \\ \beta^* &= \frac{\pi^2}{32}(\eta_1')^2\beta, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

уравнение (13) в этой стадии процесса имеет вид

$$\frac{d\bar{n}}{dt} = -\left[\left(\frac{\eta_1'}{a}\right)^2 D_{a\perp} + \frac{\pi^2}{h^2} D_{a\parallel}\right]\bar{n} - \frac{\pi^2}{32}(\eta_1')^2\beta\bar{n}^2. \tag{15}$$

Решение этого уравнения:

$$\frac{\bar{n}}{k_1^2 + \frac{\pi^2}{32}(\eta_1')^2\beta\bar{n}} = \frac{\bar{n}_0}{k_1^2 + \frac{\pi^2}{32}(\eta_1')^2\beta\bar{n}_0} e^{-k_1^2(t-t_0)}$$

и

$$\bar{n} = \frac{k_1^2 \bar{n}_0 e^{-k_1^2(t-t_0)}}{k_1^2 + \frac{\pi^2}{32}(\eta_1')^2\beta\bar{n}_0\left[1 - e^{-k_1^2(t-t_0)}\right]}, \tag{16}$$

где

$$k_1^2 = \left(\frac{2{,}405}{a}\right)^2 D_{a\perp} + \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 D_{a\parallel};$$
$$\eta_1' = 2{,}405.$$

Если принять, что влияние магнитного поля на диффузию и подвижность выражается формулами Таунсенда: $D_\parallel = D_0$, $D_\perp = \frac{D_0}{1 + \frac{b_0^2 B^2}{c_0^2}}$, $b_\parallel = b_0$, $b_\perp = \frac{b_0}{1 + \frac{b_0^2 B^2}{c_0^2}}$ [2], то коэффициент амбиполярной диффузии $D_{a\parallel} = D_{a0}$,

$$D_{a\perp} = \frac{D_{a0}}{1 + \frac{b_{p0} b_{e0} B^2}{c_0^2}} \qquad (17)$$

см. [6]).

На рис. 1, *а*, *б* показано изменение во времени средней концентрации $\bar{n}$ в гелии, вычисленное по формуле (15) при следующих условиях: $p = 0{,}11$ *мм* рт. ст., t_0 принято равным 50 *мксек* (от начала деионизации), чтобы исключить начальную стадию процесса, где D_a еще не

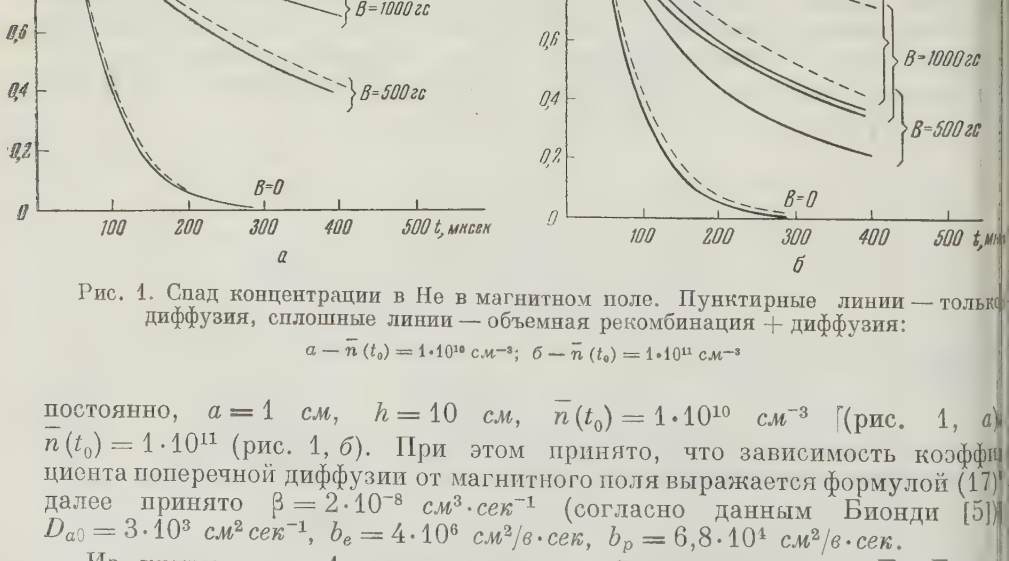


Рис. 1. Спад концентрации в He в магнитном поле. Пунктирные линии — только диффузия, сплошные линии — объемная рекомбинация + диффузия:
$а$ — $\bar{n}(t_0) = 1 \cdot 10^{10}$ *см*$^{-3}$; $б$ — $\bar{n}(t_0) = 1 \cdot 10^{11}$ *см*$^{-3}$

постоянно, $a = 1$ *см*, $h = 10$ *см*, $\bar{n}(t_0) = 1 \cdot 10^{10}$ *см*$^{-3}$ (рис. 1, *а*), $\bar{n}(t_0) = 1 \cdot 10^{11}$ (рис. 1, *б*). При этом принято, что зависимость коэффициента поперечной диффузии от магнитного поля выражается формулой (17), далее принято $\beta = 2 \cdot 10^{-8}$ *см*$^3 \cdot$*сек*$^{-1}$ (согласно данным Бионди [5]), $D_{a0} = 3 \cdot 10^3$ *см*^{2}*сек*$^{-1}$, $b_e = 4 \cdot 10^6$ *см*^{2}/*в*$\cdot$*сек*, $b_p = 6{,}8 \cdot 10^4$ *см*^{2}/*в*$\cdot$*сек*.

Из кривых рис. 1 следует, что при $B = 0$ зависимость $\bar{n} = \bar{n}(t)$ с достаточной степенью точности можно считать экспоненциальной вплоть до начальных концентраций порядка $1 \cdot 10^{12}$ *см*$^{-3}$.

Пунктиром показан ход процесса деионизации при учете одной только диффузии ($\beta = 0$), сплошными линиями — при учете объемной рекомбинации наряду с диффузией ($\beta \neq 0$). Из рис. 1, *а* видно, что при низком давлении газа и $\bar{n}(t_0) \leqslant 1 \cdot 10^{10}$ *см*$^{-3}$ объемная рекомбинация должна

ало влиять на скорость деионизации вплоть до полей порядка 1000 *гс* отсутствие магнитного поля она вовсе не должна влиять). Но уже ри начальной концентрации $\sim 1 \cdot 10^{11}$ *см*$^{-3}$ (рис. 1, *б*) и $B \geqslant 500$ *гс* ъемная рекомбинация должна сильно ускорять деионизацию; при > 1000 *гс* ее роль становится преобладающей и потому дальнейшее иление магнитного поля уже не должно заметно замедлять ход про-сса.

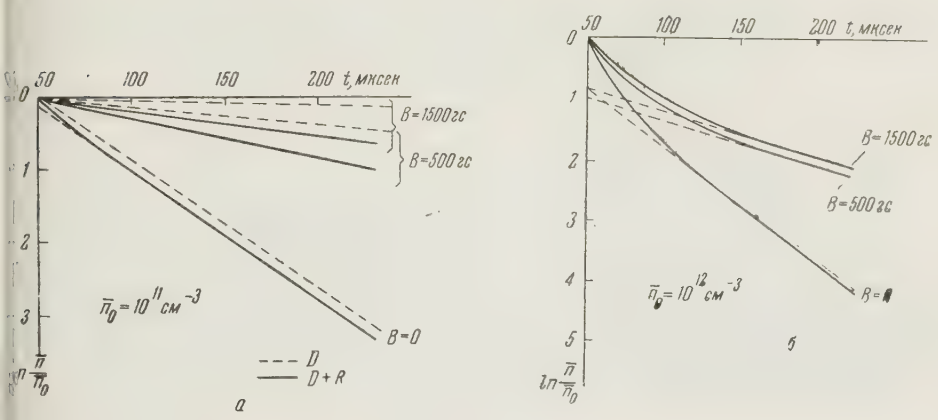


Рис. 2. $\ln \frac{\bar{n}}{\bar{n}_0} = f(t)$ при $p = 0{,}11$ *мм* рт. ст.:
а — $\bar{n}_0 = 1 \cdot 10^{11}$ *см*$^{-3}$; *б* — $\bar{n}_0 = 1 \cdot 10^{12}$ *см*$^{-3}$

Чтобы выяснить, насколько ход процесса деионизации отклоняется экспоненциального закона, на рис. 2 отложены величины $\ln \frac{\bar{n}}{\bar{n}_0}$, как нкции t, при $\bar{n}_0 = 1 \cdot 10^{11}$ *см*$^{-3}$ (рис. 2, *а*) и $\bar{n}_0 = 1 \cdot 10^{12}$ *см*$^{-3}$ (рис. 2, *б*).

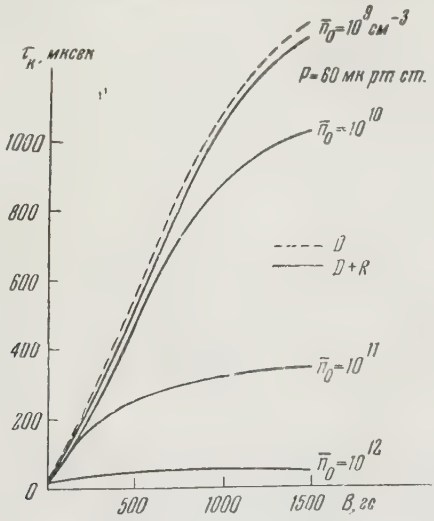


Рис. 3. $\tau_к = F(B)$ при $p = 0{,}06$ *мм* рт. ст. и разных $\bar{n}_0$

рошо заметное отступление от экспоненты должно появиться только и $\bar{n}_0 \simeq 1 \cdot 10^{12}$ *см*$^{-3}$, и то только в начальной части кривой.

В конечной стадии кривой ход ее можно характеризовать временем да концентрации в e раз («постоянной времени» в конце процесса) $\tau_к$.

В таблице приведены значения $\tau_к$ в гелии, рассчитанные по формуле (16) при $p = 0{,}11$ *мм* рт. ст. На рис. 3 изображены зависимости $\tau_к = \tau_к(B)$ при давлении $p = 0{,}06$ *мм* рт. ст. и начальных концентрациях ионов $\bar{n}_0$.

Таблица

Значения $\tau_к$(*мксек*) при разных B и $\bar{n}_0$

$\bar{n}_0$ *см*$^{-3}$	B, *гс*			
	0	500	1000	1500
любое, $\beta=0$	55	400	1020	1750
10^9	55	400	940	1600
10^{10}	55	360	800	1200
10^{11}	50	200	250	280
10^{12}	30	40	40	45

В верхней строке приведены значения $\tau_к$ в отсутствие объемной рекомбинации ($\beta = 0$); в остальных — при значении β, принятом выше (стр. 1140). При начальных концентрациях порядка 10^{11}*см*$^{-3}$ и наличии объемной рекомбинации магнитное поле в 1500 *гс* увеличивает $\tau_к$ всего лишь в 5—6 раз. Эти результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, приведенными в работе авторов [6], где при таких условиях наблюдалось увеличение $\tau_к$ в 4 раза; значения коэффициента диффузии, приведенные в той же работе, следует поэтому считать условными величинами, описывающими процесс деионизации без явно выраженного учета роли объемной рекомбинации.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Грановский, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1938, 4, 419.
2. J. B. Townsend, Philos. Mag., 1938, 25, 7, 459.
3. G. Jaffé, Phys. Rev., 1941, 59, 925.
4. В. Л. Грановский, Электрический ток в газе, I, гл. IX, ГИТТЛ, 1952.
5. M. Biondi, S. Brown, Phys. Rev., 1949, 75, 1700 (см. перев. Проблемы современной физики, 1956, 2).
6. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 11, 1854.

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова
Кафедра электроники

Поступила в редакцию
23 XII 1959

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОАКТИВНЫХ ИЗОТОПОВ К ИЗУЧЕНИЮ ПРОЦЕССОВ В ОКСИДНОМ КАТОДЕ И НЕКОТОРЫМ ДРУГИМ ВОПРОСАМ КАТОДНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

Г. Н. Шуппе, В. П. Васильев

Описывается применение радиоактивных изотопов к изучению ряда вопросов катодной электроники (испарение металлов, диффузия одних металлов в другие, диффузия никеля и бария в покрытии оксидного катода, распределение вещества распыленного геттера и испаряющегося вещества различных деталей промышленной лампы по ее элементам и т. д.).

Для изучения некоторых процессов в лампе с оксидным катодом впервые применен метод авторадиографии. Показано, что применение радиоактивных изотопов к изучению многих вопросов катодной электроники является экспрессным и в ряде случаев единственным методом, позволяющим судить не только качественно, но и количественно о процессах.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для исследования ряда процессов, относящихся области катодной электроники, все более широко применяется метод еченых атомов. Метод меченых атомов оказался удобным и чувствитель-м для исследования таких процессов как миграция и диффузия вещества атодов, испарение и катодное распыление деталей электровакуумных риборов и т. д. Чувствительность метода обусловила такой важный его актор как экспрессность.

На кафедре электрофизики Среднеазиатского государственного уни-ерситета им. В. И. Ленина и Ташкентском электроламповом заводе в те-ение последних лет метод меченых атомов применялся для изучения роцессов, происходящих в наиболее распространенном типе катода — ксидном катоде, процессов испарения чистометаллических катодов и не-оторых процессов, связанных как с изготовлением, так и со сроком лужбы радиоламп.

1. ИСПАРЕНИЕ ЧИСТОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ КАТОДОВ

По данным ряда авторов (Уортинг, Эстабрук и др. [1]) сильное электри-еское поле (порядка 10^6 *в/см*) поляризует испаряющиеся атомы вольфрама молибдена и поэтому заметно влияет на испарение накаливаемого чисто-еталлического катода, находящегося в неоднородном электрическом оле.

Для исследования влияния электрического поля на испарение металлов ыли проведены опыты с металлическими катодами из тантала и вольфрама [—5]. Катоды из танталовых и вольфрамовых проволок диаметром 48,7 43,3 *мк* соответственно, обогащенных радиоактивными изотопами Ta-182 W-185, монтировались в специальном приборе (рис. 1) с цилиндрическим нодом *Г*, имевшим в средней части круговой вырез *Д*. Через этот вырез ириной 5 *мм* испаренный радиоактивный осадок попадал на подвижный оллектор *И*, перемещавшийся по зубчатке *Л*. Управление перемещением существлялось снаружи при помощи электромагнита. Длина цилиндра *И* озволяла последовательно поместить перед щелью *Д* 7 кадров — поло-ок шириной 10 *мм*, на которые была разделена поверхность цилиндра·

При ширине выреза Δ 5 *мм* «перекрытие кадров» исключалось. По окончании экспериментов прибор вскрывался, цилиндр *И* разрезался на размеченные полоски и производился замер активности осадка на отдельных кадрах при помощи торцового счетчика на обычной счетной установке типа *Б*. При удельной активности проволоки 1500—2000 *мкюри/г* можно легко измерять осадок в $5 \cdot 10^{-10}$ *г*, но и при более низкой удельной активности применявшихся проволок «экспозиция» кадра не превышала нескольких часов при температурах катода порядка 2000°К. После соответствующей обработки вакуум в приборе достигал величины порядка 10^{-8} *мм* рт. ст. Для получения стабильных результатов нить предварительно «состаривалась», т. е. прогревалась определенное время (несколько десятков часов) при высокой температуре до получения устойчивых эмиссионных параметров.

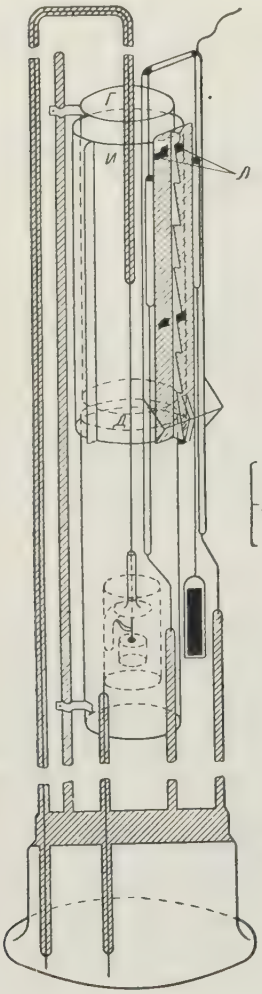


Рис. 1. Прибор для исследования испарения проволок в сильных электрических полях

В результате опытов оказалось, что электрическое поле порядка 10^6 *в/см* не влияет на скорость испарения. Скорости испарения тантала в пределах температур 2070—2400°К были от $5{,}9 \cdot 10^{-12}$ до $2\,7 \cdot 10^{-9}$ *г/см²сек*; для вольфрама в пределах 2400—2800°К скорости испарения менялись от $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ до $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ *г/см²сек*.

Далее из наклона прямой на графике зависимости $\lg N'/T^{1/2}$ от $1/T$ можно было найти теплоты испарения вольфрама и тантала (здесь N' — скорость счета импульсов с отдельных кадров, рассчитанная на единицу времени испарения при определенной температуре: $N' = N/t$, т. е. величина, пропорциональная скорости испарения при этой температуре).

Найденные теплоты испарения тантала (—8,02 *эв/атом*) и вольфрама (—8,10 *эв/атом*) хорошо согласуются с литературными данными.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ЖЕЛЕЗА В Ni, W, Ta и Ag

При исследовании физических явлений в оксидном катоде большой интерес представляют явления, связанные с процессами диффузии в оксидном слое и металлическом керне. Одной из особо вредных примесей в никелевом керне является железо [6], участвующее в образовании на границе между оксидом и керном промежуточного слоя из окислов, выделяющих при разложении кислород, который отравляет активный слой.

Для исследования диффузии железа в некоторые металлы (Ni, W, Ta и Ag) был применен вариант абсорбционного метода [7], в котором функция поглощения для β-излучения экстраполировалась полиномом третьей степени:

$$a(x) = a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4.$$

Так как решение уравнения диффузии для полубесконечного тела

непостоянным источником имеет вид

$$C(x, t) = \frac{C_0}{\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}},$$

интегральная активность образца через t *час* нагрева будет

$$I = k\int_0^\infty C(x, t)\, a(x)\, dx = k\int_0^\infty F(D, x, t)\, dx.$$

есь коэффициент k определяется из начальных условий.

Эксперимент проводился следующим образом: пластина исследуемого алла очищалась, затем электролизом на нее наносилось пятно железа мером 4—5 *мм* и толщиной око- 1 *мк*, содержащее Fe-59; каждая астина накрывалась такой же дру- и завертывалась в металличе- ий конверт; диффузионный прогрев изводился в кварцевой печи при кууме $1 \cdot 10^{-5}$ *мм* рт. ст.; темпера- а измерялась термопарой с точно- ю до $\pm 10°$. Окончательным этапом лся замер активности пластин новной и «крышки»), причем обе ивности суммировались.

Полученные данные приведены в л. 1.

Таблица 1

Металл	D_0, *см²/сек*	Q, *кал/моль*
Никель	$7{,}3 \cdot 10^{-4}$	31 800
Вольфрам	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$	66 000
Тантал	$5{,}0 \cdot 10^{-1}$	71 400
Серебро	$2{,}0 \cdot 10^{-5}$	21 500

Примечание. Q—энергия активации диффузии. $D_0 = D \exp \frac{Q}{RT_1}$

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ЩЕЛОЧНОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛОВ (КАЛЬЦИЯ) В Ni, Ag, Au и БРОНЗУ

Вопросы диффузии шелочноземельных металлов в никеле, серебре, оте, вольфраме играют важную роль не только при рассмотрении явле- в оксидном катоде, но и в процессах возникновения термотоков с сеток радиоламп [6] и образовании контактных разностей потенциалов между управляющим электродом и катодом.

Таблица 2

Металл	D_0, *см²/сек*	Q, *кал/моль*
кель	$2 \cdot 10^{-2}$	44 000
ебро	$1{,}5 \cdot 10^{-1}$	38 200
ото	$5{,}18 \cdot 10^{-6}$	26 000
оминир. бронза % алюминия)	$2{,}4 \cdot 10^{-4}$	29 100

Для исследования диффузии кальция в ряд электровакуумных материалов (никель, серебро и др.) был применен [8—10] метод тонкой пластины (толщиной 25—50 *мк*), заключавшийся в измерении активности с обеих ее сторон. Это позволяло обойть без определения начальной активности, так как кальций легко ляется на воздухе. Окончательная расчетная формула имеет вид

$$\frac{I_2 - I_1 e^{-\mu l}}{I_2 + I_1 e^{-\mu l}} = \operatorname{erf} z,$$

I_1 и I_2 — активности, измеренные с двух сторон пластины; l — тол- на пластины; μ — линейный коэффициент поглощения для β-излучения 45, а z определяется из формулы $z = \mu\sqrt{Dt}$. Определяя z графически из таблиц, можно найти D.

Все измерения проводились с образца, нагревавшегося в специальном боре при вакууме порядка 10^{-6} *мм* рт. ст. Напыление кальция на металские пластины производилось из специальной печки, в которой имел- в качестве восстановителя тантал. Полученные температурные зави- сти $D(T)$ позволили найти энергию активации диффузии Q. Результа- приведены в табл. 2.

4. МЕТОД НЕПРЕРЫВНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДИФФУЗИИ

Для исследования диффузии в вакуумных условиях был разработан специальный метод непрерывных измерений [8–10]. Метод заключается в непрерывном измерении активности во время процесса диффузионного прогрева.

Схема прибора приведена на рис. 2. Исследуемый образец с нанесенным на его поверхность тонким радиоактивным пятном нагревался в откачиваемом приборе, имевшем в верхней части стенки из стекла такой толщины,

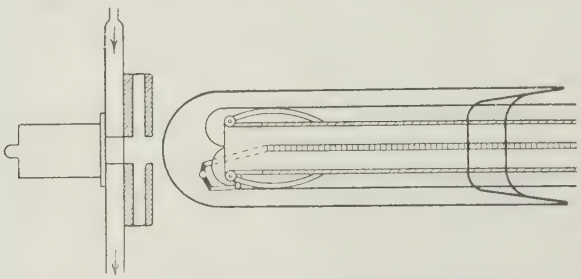


Рис. 2. Прибор для исследования диффузии методом непрерывных измерений

что поглощение в нем β-излучения было незначительным. Измерения активности производились торцовым счетчиком, хорошо экранированным от фонового излучения и теплового воздействия нагретого прибора. Измеряя активность $E(t) = k\int_0^t I dt$ за промежуток времени t во время прогрева и активность $E_0(t)$ за такой же промежуток времени до прогрева, легко определить коэффициент диффузии

$$\frac{E(t)}{E_0(t)} = 1 - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} z,$$

где $z = \mu\sqrt{D}t$.

Функция поглощения определялась непосредственно на рабочем приборе для исключения возможностей изменения геометрического фактора счета.

Метод был проверен на хорошо изученной самодиффузии серебра [9] и дал совпадающие результаты с имеющимися литературными данными. Далее этим методом была изучена диффузия стронция (Sr-89) в никель [10] для четырех температур от 800 до 950°К. Было найдено, что

$$D = 0{,}5 \exp(-45700/RT)\ \text{см}^2/\text{сек}.$$

С небольшими видоизменениями метод был применен для исследования диффузии вольфрама (W-185) в никеле и вольфраме [11]. Здесь на исследуемый образец наносился уже не тонкий, а толстый слой толщиной до 50 μ, чтобы излучение с нижней части этого образца не попадало в счетчик. В этом случае мы имеем своеобразный вариант абсорбционного метода в сочетании с методом непрерывных измерений — вариант, позволяющий обходиться без определения коэффициента поглощения μ.

Решение уравнения диффузии для случая «мощного» источника толщиной h, в котором процессы выравнивания концентрации происходят настолько быстро, что не создается ее градиента, дает

$$\frac{E(t)}{E_0(t)} = 1 - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{D}}{h} \sqrt{t}.$$

Полученные результаты для диффузии вольфрама в вольфраме и никеле выражаются соответственно следующими зависимостями:

$$D_{W \to W} = 6{,}3 \cdot 10^7 \exp(-135000 / RT) \ см^2/сек,$$

$$D_{W \to Ni} = 5{,}7 \exp(-72600 / RT) \ см^2/сек.$$

Полученный результат для самодиффузии вольфрама дает завышенные значения коэффициента D, и по-видимому, показывает, что в этих опытах происходил процесс не объемной диффузии, а диффузии по поверхности зерен: примененные в приборе образцы вольфрама оказались с довольно рыхлой мелкозернистой структурой.

5. ПРОЦЕССЫ ИСПАРЕНИЯ ОКСИДНОГО СЛОЯ И ГАЗОПОГЛОТИТЕЛЯ В РАДИОЛАМПАХ

Следующим этапом в исследованиях явилось изучение процессов испарения оксидного слоя и газопоглотителя и распределение продуктов их испарения на различных этапах изготовления и срока службы лампы по ее электродам [12].

В отличие от других подобных работ, исследование испарения оксидного слоя проводилось не в лабораторном приборе, а на промышленном тетроде 6П3С, катод которого имел стандартное покрытие с радиоактивным барием (Ba-140). Для получения статистических данных изготовлялись серии опытных ламп, и вся их обработка происходила согласно принятому технологическому процессу. В результате было установлено, что барий и его окись интенсивно испаряются с оксидного катода уже во время тренировки лампы при ее изготовлении (от 1,5 до 2% от общего количества бария в катоде). Продукты испарения попадали на все элементы лампы (сетки, анод, лучеобразующие экраны, слюдяные изоляторы, баллон лампы) и вызывали нестабильность параметров лампы из-за изменений контактной разности потенциалов между электродами, активировали управляющие сетки и пр. В некоторых случаях продукты испарения были ответственны за повышенную проводимость между электродами.

Исследование свойств газопоглотителя (его «процента выхода») и распределения бария из газопоглотителя по электродам лампы привело к заключению, что, несмотря на геометрию лампы, барий все же попадает даже на катод, создавая в некоторых случаях его дополнительную активацию. Эти осадки на первой управляющей сетке снижают ее работу выхода и также способствуют образованию термотоков; большие количества бария из газопоглотителя попадают на нижний слюдяной изолятор и ножку лампы. Таким образом, метод радиоактивных изотопов может служить средством для определения наиболее удачных конструкций крепления газопоглотителя.

6. ИССЛЕДОВАНИЕ МИГРАЦИИ НИКЕЛЯ В ОКСИДНОМ КАТОДЕ

Миграция никеля исследовалась [12] в промышленных лампах Г-807, в которые были помещены облученные нейтронами никелевые керны из промышленного и чистейшего никеля, т. е. керны, содержащие радиоактивные Ni-59 и Ni-63. Путем тонких срезов (~ 5 *мк*) оксидного покрытия было установлено, что уже во время откачки и активирования катода значительная часть никеля мигрирует в оксидный слой, проникая в него на глубину до 30 *мк*, т. е. примерно до половины всей толщины слоя. Около 80% никеля сосредоточивалось в прикерновом слое толщиной 10 *мк*. Заметное количество никеля обнаружено и на электродах лампы. Таким образом, напыленные активные слои на сетках состоят не просто из окислов щелочноземельных металлов, а также и из вкраплений никеля, образуя на них своего рода «синтерированный катод», обладающий при известных условиях заметной термоэлектронной эмиссией. Равным образом и сам оксидный катод следует представлять себе не просто в виде слоя окислов, а в виде слоя, включающего в себя отдельные вкрапления металлического

никеля (10^{-4} *мг* на 1 *мг* покрытия, т. е. около 0,01% или около 1/25 от концентрации свободного бария в слое). На рис. 3 показано распределение никеля по слою. Это распределение в течение срока службы катода существенно не меняется.

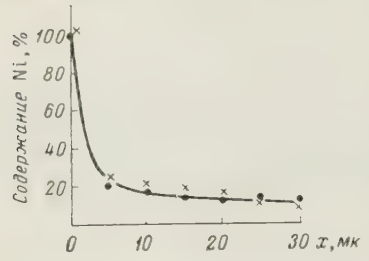


Рис 3. Распределение никеля в оксидном слое:

●— после активирования и тренировки катода; × — после 500 час работы при 1100° К

В случае катодов из чистейшего никеля не было обнаружено заметной разницы по сравнению с промышленным катодным никелем. По-видимому, примесь магния не вносит существенных различий в свойства промежуточного слоя, могущие влиять на миграцию никеля в оксид.

Никель может служить своеобразным индикатором пористости покрытия, указывая как на глубину пор, так и на их количество. Никель, напыленный на электроды, попадал на них лишь через оксидный слой. Подогреватель не обнаружил никакой активности, т. е., по-видимому, никель керна не играет роли в процессах проводимости алундового покрытия.

7. ИССЛЕДОВАНИЕ МИГРАЦИИ НИКЕЛЯ И ДРУГИХ МАТЕРИАЛОВ ДЕТАЛЕЙ РАДИОЛАМП

Для исследования этих процессов были применены облученные нейтронами детали пальчиковых ламп 6Н3П. Это позволило монтировать отдельную готовую радиоактивную деталь непосредственно в лампе. Лампа типа 6Н3П представляет собой два триода, смонтированных на плоской ножке и отделенных друг от друга экраном (рис. 4). Каждая деталь монтировалась в отдельной лампе, после чего лампы проходили обычную заводскую откачку и тренировку. Далее исследовалось распределение активности по элементам лампы.

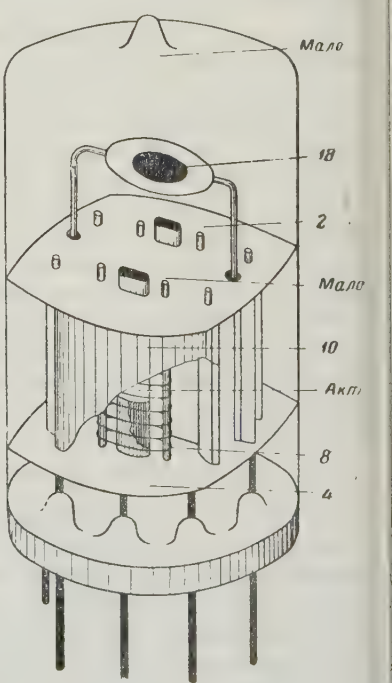


Рис. 4. Модель лампы типа 6Н3П с нанесенными активностями деталей в случае радиоактивной сетки

Здесь мы не будем рассматривать, какие материалы распылялись в отдельных случаях. В частности, при облучении керна катода кроме основного изотопа Ni-59 получался еще и другой изотоп (Ni-63), а также радиоактивные загрязнения из-за наличия в промышленном никелевом керне примесей Mg, Co, Si и пр. Детали исследовались через 30 дней после облучения и поэтому сохранились только долгоживущие изотопы. Бо́льшая часть таких примесей не участвовала заметно в излучении из-за их малого относительного содержания в деталях. Во всяком случае анализ источников излучения мог быть произведен почти всегда; например, радиоактивность анода лампы 6Н3П, сделанного из алюминированного железа, определялась в основном изотопом Fe-59; у слюдяных дисков наибольшую активность имели C-14 и Fe-59 (небольшая примесь); у подогревателя — изотоп W-185 и т. д.

В табл. 3, дающей результаты измерения активности распыленных металлических деталей лампы по ее различным конструктивным элементам,

Таблица 3

№	Радиоактивная деталь (примерная активность, *имп/мин*)	Активность, *имп/мин*											
		подогреватель	катод № 1	катод № 2	сетка № 1	сетка № 2	анод № 1	анод № 2	экран	слюда нижняя	слюда верхняя	стекло	геттер
1	Подогреватель (30 000)	—	160	12	4	—	8	—	—	40	16	—	—
2	Катод-керн	—	—		4	12			8	8	—		8
3	Катод (акт. Ba в покрытии)	—			40	40	16	40	8	36	40	16	8
4	Катод (акт. C в покрытии)	—			8	4	8	12	20	18	16	8	24
5	Сетка (88 000)	—	42	8		8	160	30	12	4	8	—	—
6	Анод (31 000)	—	4	8	16	4		34	96	50	12	18	8
7	Экран (44 000)	—	14	24	24	8	16	18		16	14	—	—
8	Слюда верхняя (33 000)	—	28	24	20	24	24	24	24	12		—	14
9	Геттер (акт. Ba)	—	8	16	8	12	8	—	8	—	8	420	430

Примечание. В строке 3 результаты приведены при двух радиоактивных катодах. В остальных случаях монтировалась одна радиоактивная деталь.

приведены также в строках 3, 4, 8 и 9 распределения испарившихся радиоактивных бария и углерода из катода и геттера и радиоактивных составляющих слюды изоляторов. Измерения носят скорее качественный, чем количественный характер из-за некоторых нарушений геометрии счета. Дополнением к табл. 3 служит рис. 4, где справа приведены данные по обнаруженной активности деталей в случае радиоактивной сетки.

Как следует из табл. 3 и рис. 4, в лампе происходит значительная миграция различных веществ. При активировании и тренировке лампы 6Н3П, как и других ламп (см. выше), заметное количество бария испаряется на сетку, анод, слюдяные изоляторы и т. д., и это приводит, как уже подчеркивалось выше, к появлению значительных термотоков сетки, изменению контактной разности потенциалов и другим нежелательным явлениям [6]. Важны также эти явления миграции в отношении катода: из табл. 3 видно, что материалы сеток, подогревателей, слюдяных изоляторов, геттера и других деталей в заметных количествах попадают на катод, создавая дополнительное влияние на его эмиссионные свойства.

Для того чтобы проследить поведение углеродистых соединений на различных этапах обработки лампы, были особо поставлены опыты с оксидным покрытием, содержавшим $BaCO_3$, меченный по углероду (C-14). Были получены путем тонких срезов покрытия распределения углерода до и после активировки катода, когда углерод оставался только в прикерновой области, и изменения количества углерода в покрытии в зависимости от времени (15 *мин* — 2 *час*) и температуры (850—1100° C) активировки. Удалось установить время разложения карбонатов и оптимальный температурный режим для выделения CO и CO_2.

8. Диффузия бария в оксидном покрытии катода

При исследовании диффузии бария в оксидном катоде применялся метод среза слоев на микротоме. Обработанный соответствующим образом катод парафинировался, а затем делались срезы толщиной 5—10 *мк*. Парафинирование предохраняло оксидное покрытие от рассыпания. Таким методом была исследована диффузия радиоактивного Ba-133 из слоя толщиной 5—7 *мк*, нанесенного в прикерновой области, в оксидный слой [12]. Обработка данных позволила получить коэффициенты диффузии (при $T = 1140°$ K $D = 5{,}4 \cdot 10^{-12}$ *см²/сек*, а при $T = 1170°$K $D = 6{,}2 \times 10^{-12}$ *см²/сек*). Однако следует отметить, что полученные коэффициенты диффузии бария в оксидном покрытии являются результатом весьма приближенного подхода к вопросу: трудно учесть неоднородность оксидного

покрытия [15], градиент температуры поперек слоя, влияние времени активации и пр. В наших последних опытах было обнаружено, что распределение бария в оксидном покрытии не зависит от состава покрытия. Были исследованы катоды с двойным карбонатом, содержащие от 10 до 78% карбоната бария. Оказалось, что распределение бария в пределах экспериментальных погрешностей одинаковое. Это говорит о том, что механизм подачи бария на поверхность катода не является одной диффузией в прямом смысле этого термина (объемной и по поверхности зерен), но представляет собой также и кнудсеновский поток через поры, что уже отмечалось в работе Риттнера [13]. Распределение бария в катодах, проработавших при температуре активации 1300°К 4—5 *час* и 10 *мин*, совпадает, что говорит о решающем влиянии процесса активирования на перенос бария. Таким образом, процесс переноса бария в оксидном покрытии является сложным процессом, требующим дальнейших тщательных исследований.

В специальном опыте радиоактивный слой толщиной 10—15 *мк* был нами нанесен в середине оксидного покрытия (сначала обычный карбонат 60—70 *мк*, затем радиоактивный карбонат 10—15 *мк* и сверху опять обычный карбонат 60—70 *мк*). Исследовав распределение радиоактивного бария в таком сыром катоде, можно было установить, что из-за пористости нанесенных слоев барий сразу же распределяется по всей толще покрытия, но с максимумом все же посередине. В результате этого опыта представляется весьма сомнительной методика изучения диффузии бария в оксидном слое, примененная в [16]: автор наносил BaO, содержащий Ba-140, сверху оксидного покрытия.

9. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ АВТОРАДИОГРАФИИ К ИССЛЕДОВАНИЮ ОКСИДНОГО КАТОДА

Большой интерес представляют непосредственные исследования мигрирующих элементов при помощи авторадиографии. Проведенные нами исследования процессов испарения бария с оксидного покрытия на некоторые детали лампы во время ее срока службы позволили получить непосредственные картины напыленных пленок.

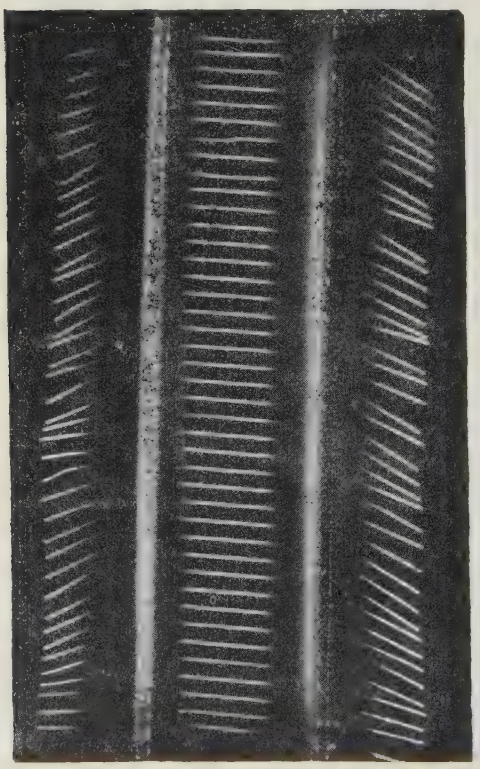


Рис. 5. Авторадиография первой сетки лучевого тетрода с напыленным на нее радиоактивным барием

На рис. 5 приведена авторадиография первой сетки лучевого тетрода при помощи Ba-133. Сетка перед экспонированием разрезалась и помещалась в специальную кассету. Как видно из рисунка, барий напыляется на витки и траверзы сетки в довольно больших количествах. На рис. 6 приведены результаты фотометрирования этой пленки на микрофотометре МФ-4. Из рис. 6 можно определить относительное количество напыленного бария на витки и траверзы сеток.

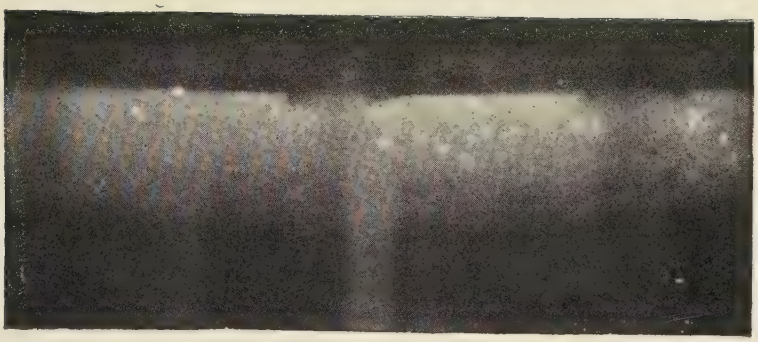


Рис. 7. Авторадиография анода с напыленным барием

Рис. 8. Распределение активного бария на слюдяном изоляторе

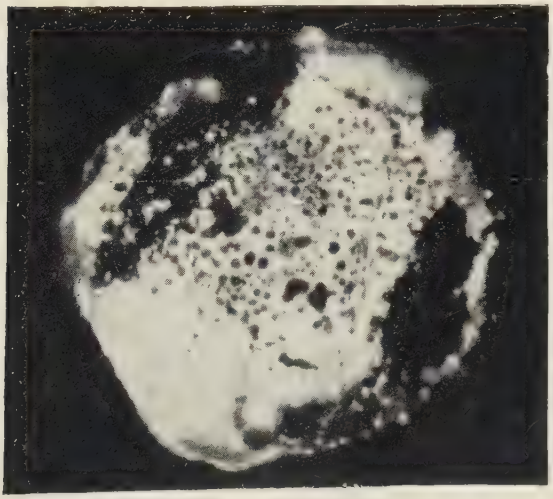


Рис. 9. Распределение радиоактивного тантала в срезе оксидного слоя

Напыленные пленки бария на аноде имеют неоднородный характер: видны отдельные пятна на общем сером фоне (рис. 7). Это указывает на локальность и интенсивность испарения бария из катода во время его активирования. Напыление на слюдяные изоляторы радиоактивного бария с катода и его миграция показаны на рис. 8. Известно, что напыляемые пленки бария вызывают повышенную проводимость между электродами и т. д. [14]. Рис. 8 наглядно показывает образовавшуюся пленку бария.

Рис. 6. Распределение активного бария по сеткам лучевого тетрода:

1 — витки первой сетки; *2* — траверза первой сетки; *3* — витки второй сетки; *4* — траверза второй сетки

Для исследования проникновения присадок из керна в оксид нами были проведены опыты с никелевыми кернами, содержащими в виде присадки тантал. Керны были облучены нейтронами и основная их активность определялась радиоактивным Ta-182. После обработки оксидного катода и его парафинирования был срезан оксидный слой и снята с него авторадиография (рис. 9). Как видно из рисунка, тантал в большом количестве проникает в оксидное покрытие, давая довольно сильную засветку пленки. После удаления рыхлого оксидного покрытия таким же методом были получены автофотографии более прочного промежуточного слоя между оксидом и керном: он имел подобное же строение в виде довольно плотной пленки, имеющей кое-где никелевые обнажения.

Метод авторадиографии можно с успехом применить также для исследования распределения температуры по нагреваемому объекту. Сущность методики заключается в получении радиоактивного осадка от нагретого радиоактивного керна. Нами был выбран для этой цели прямонакальный вольфрамовый катод диаметром 180 *мк* и длиной 80 *мм*, содержащий радиоактивный изотоп W-185. После прогрева при определенной температуре напылившийся на мишень осадок экспонировался на пленку; фотометрирование пленки характеризовало распределение температуры вдоль катода (рис. 10). Этот метод определения

Рис. 10. Распыление радиоактивного вольфрама по длине катода

распределения температуры вдоль катода может иметь значение при конструировании и расчетах электронных приборов [14].

Методом авторадиографии можно получить картину распределения бария в оксидном слое. Для этого был сделан косой срез толщиной 10 *мк* оксидного покрытия, помещенный затем на фотопленку. Плотность почернения экспонированной пленки изучалась затем на микрофотометре. Удалось далее зафиксировать все процессы распыления и миграции материалов катода, анода и др., описанные в § 7 (в частности, поведение углерода по его изотопу C-14, введенному в оксидный слой из двойного карбоната в соединении $BaCO_3$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенных выше примеров применения радиоактивных изотопов в области катодной электроники можно заключить, что методика радиоактивных индикаторов обладает большой чувствительностью и удобством. Этим методом могут быть исследованы разнообразные процессы испарения, диффузии, миграции и т. д. Применение радиоактивных изотопов бария позволяет осветить ряд вопросов физической модели наиболее важного

термокатода — оксидного катода, применение же целиком облученных радиоактивных деталей позволяет исследовать всю совокупность технологических процессов при обработке лампы, делая метод «меченых деталей» быстрым и незаменимым средством исследования процессов миграции вещества электродов в электровакуумных приборах.

Метод авторадиографии дает возможность получения непосредственных изображений распределения исследуемых веществ и позволяет произвести не только качественную, но и количественную обработку результатов.

Таким образом, исходя из всех данных, можно заключить, что реальный оксидный катод имеет очень сложную структуру. Здесь мы имеем в виду не только неравномерность распределения бария, пористость оксидного катода (также неравномерную) и наличие прикернового («промежуточного») слоя, в котором имеются включения из атомов присадок и никеля керна, соединения окислов щелочноземельных элементов и пр. Нужно учитывать, что во всей более плотной нижней части покрытия также присутствует значительное количество атомов никеля и присадок к керну; в наружных же слоях покрытия находятся атомы металлов, напылившихся с других электродов радиолампы. Роль всех этих факторов в эмиссионной способности катода оценить трудно. Во всяком случае, можно только утверждать, что все они в той или иной степени оказывают свое влияние: в некоторых случаях улучшая эмиссию, в других — приводя к браку по эмиссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Горбатый, Автореферат диссертации, Изд. Среднеаз. ун-та, 1958.
2. Н. А. Горбатый, Г. Н. Шуппе, Изв. АН УзССР, Сер. ф.-м. н., 1957, 3, 39.
3. Н. А. Горбатый, Г. Н. Шуппе, Докл. АН УзССР, 1957, 12, 13.
4. Н. А. Горбатый, Г. Н. Шуппе, Изв. АН УзССР, Сер. ф.-м. н., 1958, 1, 65.
5. Н. А. Горбатый, Г. Н. Шуппе, ЖТФ, 1958, 28, 3, 623.
6. Б. М. Царев, Контактная разность потенциалов, ГТИ, 1955.
7. В. П. Васильев, И. Ф. Камардин, В. И. Скацкий, С. Г. Черноморченко, Г. Н. Шуппе, Тр. Среднеаз. ун-та, 1955, 65, 47.
8. В. П. Васильев, Автореферат диссертации, Изд. Среднеаз. ун-та, 1956.
9. В. П. Васильев, Докл. АН СССР, 1956, 110, 1, 61.
10. В. П. Васильев, В. К. Захаров, С. Г. Черноморченко, Тр. Среднеаз. ун-та, 1957, 91, 17.
11. В. П. Васильев, С. Г. Черноморченко, Заводск. лаборатория, 1956, 6, 688.
12. С. Г. Черноморченко, Применение радиоактивных изотопов для исследования некоторых процессов оксидного катода, Изд. Среднеаз. ун-та, 1959.
13. Э. С. Риттпер, Сб. Оксидный катод, под ред. Л. Н. Добрецова, ГЭИ, 1957, стр. 75.
14. Б. М. Царев, Расчет и конструирование электронных ламп, ГЭИ, 1952.
15. С. Г. Черноморченко, А. Д. Народицкий, Н. В. Мусацков. Сб. Некоторые вопросы катодной электроники, Изд. Среднеаз. ун-та, 1959, стр. 81.
16. Р. С. Бевер, Сб. Эффективные термокатоды, под ред. А. Р. Шульмана, ГЭИ, 1958, стр. 101.

Поступила в редакцию
3 I 1960

1960 № 7

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ПЛОСКОСТНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ТРИОДА ПРИ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ФОРМЕ НАПРЯЖЕНИЙ НА ЕГО ВХОДЕ И ВЫХОДЕ

Л. Д. Зархи

Рассматриваются метод и результаты измерений средних параметров эквивалентной «гибридной» *П*-схемы плоскостного полупроводникового триода. При сравнении результатов расчета и измерений найдены аналитические выражения, аппроксимирующие зависимости средних параметров эквивалентной гибридной *П*-схемы от уровня сигнала и питающих напряжений.

ВВЕДЕНИЕ

При исследовании схем, содержащих плоскостной полупроводниковый триод (ППТ), последний, как известно, в общем случае может рассматриваться как активный нелинейный четырехполюсник, параметры которого зависят от режима, частоты и амплитуды колебаний. Известно много эквивалентных схем ППТ. Выбор одной из них должен быть подчинен специальным соображениям, которыми, в частности, могут являться: возможно меньшая зависимость параметров от частоты, наиболее простая зависимость параметров от уровня сигнала и др. Для режима малых сигналов рядом авторов [1—3] отдается предпочтение гибридной *П*-эквивалентной схеме (рис. 1). Вопрос о нелинейности параметров ППТ в литературе освещен недостаточно и требует дальнейшего изучения.

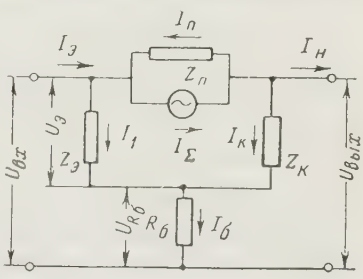


Рис. 1. Эквивалентная гибридная П-схема ППТ

В настоящей статье приводятся результаты исследования гибридной *П*-эквивалентной схемы при большом уровне сигнала и синусоидальной форме напряжений на входе и выходе ППТ. При этом ищутся соотношения для амплитудных значений токов и напряжений основной частоты, т. е. рассматриваются средние параметры триода. Отношение тока I_Σ к напряжению $U_э$, которое может быть охарактеризовано как средняя крутизна S, рассматриваемой эквивалентной схеме является величиной вещественной.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

При малом уровне сигнала все параметры эквивалентной гибридной *П*-схемы, кроме сопротивления $R_б$, могут быть рассчитаны в результате решения уравнения диффузии носителей зарядов в базе. Такой расчет проведен Эрли [3], Лоу [4] и др. Результаты эксперимента, которые приводятся этими авторами, показывают хорошее совпадение с расчетом. Если уровень входного сигнала имеет большую величину, то полученные выражения оказываются неверными, во-первых, в силу тех математических упрощений, которые делаются при решении диффузионного уравнения, и, во-вторых, из-за допущений, принимаемых при расчете малосигнальных параметров (электрическое поле в области базы отсутствует, движение носителей рассматривается только в одном направле-

нии, пренебрегают влиянием поверхностных явлений и др.), которыми при большом уровне сигнала пренебрегать нельзя. Достаточно полной теории работы ППТ, которая дала бы возможность получить количественно верный результат при расчете параметров ППТ при большом уровне сигнала, в настоящее время не существует.

В настоящей работе параметры триода были найдены в результате решения диффузионного уравнения. Рассчитанные значения параметров сравнивались с результатами измерений. Такое сравнение дало возможность ввести в расчетные формулы эмпирический коэффициент. Таким образом, получены аналитические выражения, аппроксимирующие зависимости параметров от уровня сигнала и питающих напряжений.

При анализе действия переменного сигнала используется периодическая функция времени $\sin \omega t$. Решение первого порядка для малых сигналов получается из предположения, что возмущения, связанные с $\sin \omega t$, малы; при этом пренебрегается высшими степенями в разложении в ряд, так что

$$e^{\frac{q}{kT}(U_{э0}+U_{э1}\sin\omega t)} \simeq e^{\frac{q}{kT}U_{э0}}\left(1+\frac{q}{kT}U_{э1}\sin\omega t\right).$$

Если сигнал большой, но напряжения на входе и выходе триода близки к синусоидальным и рассматриваются соотношения между амплитудами токов и напряжений основной частоты, всеми гармониками выше первой можно пренебречь. Это дает

$$e^{\frac{q}{kT}(U_{э0}+U_{э1}\sin\omega t)} \simeq e^{\frac{q}{kT}U_{э0}}\left[J_0\left(\frac{q}{kT}U_{э1}\right)+2J_1\left(\frac{q}{kT}U_{э1}\right)\sin\omega t\right]. \qquad (1)$$

Здесь J_0 и J_1 — функции Бесселя от мнимого аргумента нулевого и первого порядков.

Возможность пренебречь высшими гармониками при разложении в ряд функции $e^{\frac{q}{kT}(U_{э0}+U_{э1}\sin\omega t)}$ вытекает из следующих соображений.

Уравнение (1) используется для определения постоянной составляющей и первой гармоники концентрации «дырок» у эмиттерного перехода.

Ток эмиттера находится из уравнения

$$i_э = D_p \frac{dp_э}{dx}.$$

Это уравнение можно заменить системой уравнений для комплексных амплитуд соответствующих гармоник тока эмиттера и концентрации дырок у эмиттерного перехода, так как

$$p_э = p_{э0} + p_{э1}\sin\omega t + p_{э2}\sin 2\omega t + \cdots.$$

При решении диффузионного уравнения принимается, что коэффициент диффузии D_p не зависит от времени.

Отсюда находим, что n-я гармоника тока эмиттера определяется только n-й гармоникой концентрации дырок.

Таким образом, если ищутся постоянная составляющая и первая гармоника тока эмиттера, достаточно знать только постоянную составляющую и первую гармонику концентрации «дырок» у эмиттера. Учитывая сказанное, получаем следующие выражения для комплексных амплитуд токов эмиттера и коллектора основной частоты:

$$I_{э1} = 2s\,\mathrm{cth}\,\frac{sw_0}{L_p} f_1(x)\left[I_{э0}\,\mathrm{th}\,\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(1-\frac{1}{\mathrm{ch}\,\frac{w_0}{L_p}}\right)\right] +$$

$$+\frac{\partial w}{\partial U_к}\frac{U_{к1}s}{2L_p\,\mathrm{sh}\,\frac{sw_0}{L_p}}\left[I_{э0}\,\mathrm{th}\,\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(\mathrm{ch}\,\frac{w_0}{L_p}-\frac{1}{\mathrm{ch}\,\frac{w_0}{L_p}}\right)\right]\frac{1}{\mathrm{sh}\,\frac{w_0}{L_p}}, \qquad (2')$$

$$I_{\text{кол1}} = \frac{2s}{\operatorname{sh}\frac{sw_0}{L_p}} f_1(x)\left[I_{\text{э0}} \operatorname{th}\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p}}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\partial w}{\partial U_{\text{к}}} \frac{U_{\text{к1}} s \operatorname{cth}\frac{sw_0}{L_p}}{2L_p}\left[I_{\text{э0}} \operatorname{th}\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p} - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p}}\right)\right]\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{w_0}{L_p}}, \qquad (2'')$$

где $I_s = qD_p p_n / L_p$ — ток насыщения; $s = \sqrt{1 + j\omega\tau_p}$; $I_{\text{э0}}$ — постоянная составляющая тока эмиттера;

$$f_1(x) = \frac{J_1(x)}{J_0(x)}; \qquad x = \frac{q}{kT} U_{\text{э1}}.$$

Воспользовавшись методом узловых напряжений, для схемы рис. 1 можно составить систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} I_{\text{э1}} &= I_1 \frac{1}{1-\alpha} - I_n, \\ I_{\text{к1}} &= I_1 \frac{\alpha}{1-\alpha} - I_n - I_{\text{к}}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Принимая во внимание, что $I_1 = U_{\text{э1}} / Z_{\text{э}}$, $I_n \simeq U_{\text{к1}} / Z_n$, $I_{\text{к}} \simeq U_{\text{к1}} / Z_{\text{к}}$ (здесь $Z_{\text{э}}$, Z_n и $Z_{\text{к}}$ — средние параметры триода), ограничиваясь областью частот, в которой гиперболические функции от аргумента sw_0 / L_p можно заменить рядами, сохранив их первые два члена, и решая совместно уравнения (2) и (3), получаем следующие выражения для параметров эквивалентной гибридной Π-схемы ППТ:

$$\frac{1}{R_{\text{э}}} \simeq f_2(x) \frac{w_0}{L_p} \frac{q}{kT}\left[I_{\text{э0}} \operatorname{th}\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p}}\right)\right], \qquad (4)$$

$$C_{\text{э}} \simeq \frac{1}{R_{\text{э}}} \tau_p, \qquad (5)$$

$$\frac{1}{R_n} \simeq -\frac{\partial w}{\partial U_{\text{к}}} \frac{1}{2w_0 \operatorname{sh}\frac{w_0}{L_p}}\left[I_{\text{э0}} \operatorname{th}\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p} - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p}}\right)\right],$$

$$\frac{1}{\omega L_n} \simeq -\frac{\partial w}{\partial U_{\text{к}}} \frac{w_0 \omega\tau_p}{2L_p^2 \operatorname{sh}\frac{w_0}{L_p}}\left[I_{\text{э0}} \operatorname{th}\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p} - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p}}\right)\right],$$

$$\alpha = a - jb,$$

$$a \simeq 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{w_0}{L_p}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{w_0}{L_p}\right)^4 \omega^2\tau_p^2, \qquad (6)$$

$$b \simeq \frac{1}{2}\left(\frac{w_0}{L_p}\right)^2 \omega\tau_p, \qquad (7)$$

$$\frac{1}{R_{\text{к}}} \simeq -\frac{\partial w}{\partial U_{\text{к}}} \frac{w_0}{4L_p^2 \operatorname{sh}\frac{w_0}{L_p}}\left[I_{\text{э0}} \operatorname{th}\frac{w_0}{L_p} + I_s\left(\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p} - \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{w_0}{L_p}}\right)\right], \qquad (8)$$

$$C_{\text{к}} \simeq \frac{1}{R_{\text{к}}} \tau_p. \qquad (9)$$

Здесь $f_2(x) = \dfrac{f_1(x)}{x}$.

2. СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭМИТТЕРНОГО ПЕРЕХОДА $Z_э$

В выражения (4) и (5), которые определяют значения параметров $R_э$ и $C_э$, входят диффузионные параметры триода L_p и τ_p. Для того чтобы исключить их из этих уравнений, можно решить совместно уравнения (4), (5), (6) и (7). Так как w_0 / L_p — величина малая, принимаем, что

$$\text{th}\,\frac{w_0}{L_p} \simeq \frac{w_0}{L_p} \quad \text{и} \quad \text{ch}\,\frac{w_0}{L_p} \simeq 1.$$

Тогда

$$\frac{1}{R_э} \simeq f_2(x)\, I_{э0} 2\,\frac{q}{kT}\,(1 - a - b^2), \tag{10}$$

$$\omega C_э \simeq f_2(x)\, I_{э0} 2\,\frac{q}{kT}\, b; \tag{11}$$

$f_2(x)$ — табличная функция, график которой при изменении аргумента от 0 до 6,4 приведен на рис. 2; q/kT при $T = 300°$ равен $39\frac{1}{в}$. Таким образом, если коэффициент усиления триода по току $\alpha = a - jb$ измерен, $R_э$ и $X_э = 1/\omega C_э$ могут быть рассчитаны при помощи уравнений (10) и (11).

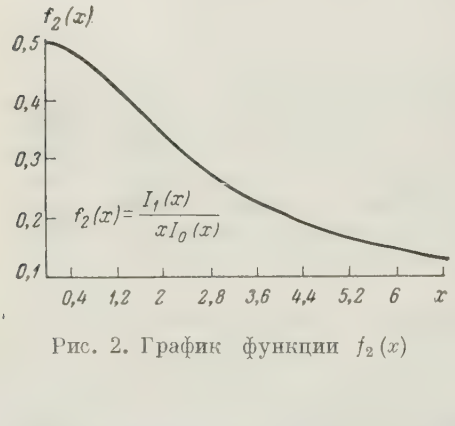


Рис. 2. График функции $f_2(x)$

Для того чтобы оценить, насколько правильно уравнения (10) и (11) отражают соотношения, имеющие место в ППТ, был поставлен эксперимент. Схема макета, на котором производились измерения, приведена на рис. 3. Амплитудные значения токов и напряжений основной частоты измерялись при помощи прибора типа ИП-12М. Фазовые углы измерялись фазометром фирмы «Airmec» типа R × ×103. Измерения производились с четырьмя триодами типа П6Г, одним П1И, двумя П402 и одним П401 на частотах 218; 605 и 1650 *кгц* при различных значениях фазового угла нагрузочного контура.

Измерялись токи эмиттера, нагрузки и базы и фазовые углы между ними. Поскольку эти три тока составляют замкнутый треугольник, данных измерений оказывалось больше, чем требовалось для определения этих токов. Таким образом, имелась возможность оценить ошибку измерения и, по возможности, свести ее к минимуму (при измерении токов и напряжений ошибка не превышала 5—7%, при измерении углов ошибка не превышала 1%).

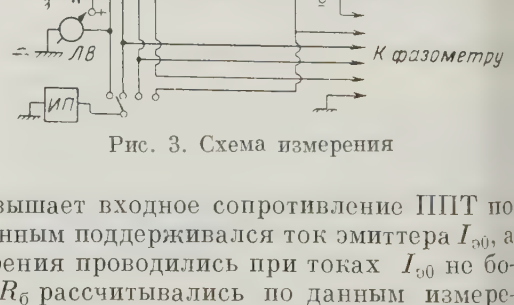


Рис. 3. Схема измерения

Питание эмиттера осуществлялось через сопротивление $R = 10$ *ком*, что значительно превышает входное сопротивление ППТ по постоянному току. Поэтому постоянным поддерживался ток эмиттера $I_{э0}$, а не напряжение на эмиттере. Измерения проводились при токах $I_{э0}$ не более 400 *мка*. Сопротивления $Z_э$ и $R_б$ рассчитывались по данным измерения при коротком замыкании на выходе.

Составив уравнения контурных токов для схемы рис. 1 и принимая во внимание, что $R_б \ll Z_к$; $Z_э \ll Z_п$; $\frac{1}{Z_э} = \frac{1}{R_э} + j\,\frac{1}{X_э}$ и фазовый угол между

током I_Σ и напряжением $U_э$ равен нулю, после несложных преобразований получаем

$$\left|\frac{U_{вх}}{I_б}\right|_{кз} = \sqrt{\frac{(R_э + R_б)^2 + \left(R_б \frac{R_э}{X_э}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_э}{X_э}\right)^2}}, \tag{12}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_{вх\,кз} = \frac{\frac{R_э}{X_э}}{1 + \frac{R_б}{R_э}\left(1 + \frac{R_э^2}{X_э^2}\right)}, \tag{13}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_{вх\,нкз} = \frac{\omega C_э R_э R_б}{R_э + R_б}. \tag{14}$$

Здесь $\varphi_{вх}$ — фазовый угол между током $I_б$ и напряжением $U_{вх}$; $\varphi_{вх\,н}$ — фазовый угол между напряжением $U_{вх}$ и током $I_п$. Уравнения (12) — (14) дают возможность рассчитать $X_э$, $R_э$ и $R_б$.

Зависимости сопротивления $X_э$ от напряжения $U_э$ двух триодов типа П6Г, рассчитанные по формулам (12) —(14), показаны сплошными линиями на рис. 4. На этом же рисунке пунктирными линиями показаны зависимости $X_э$ от $U_э$, рассчитанные по формуле (1). Как видно, с ростом амплитуды сигнала расхождение между

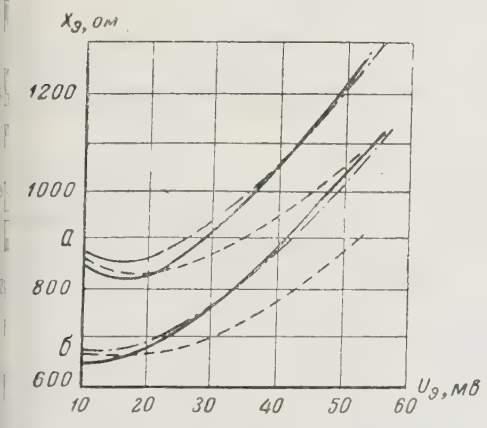


Рис. 4

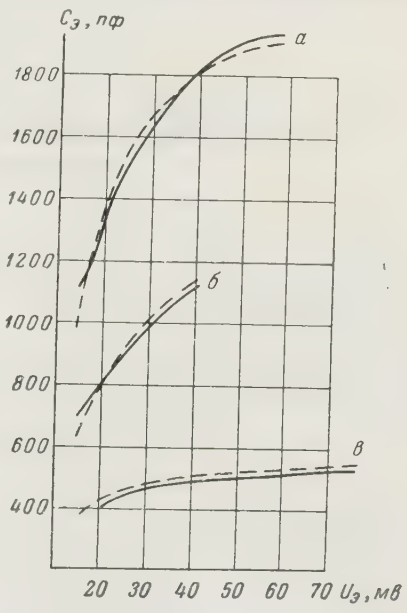


Рис. 5

Рис. 4. Зависимости среднего параметра $X_э$ эквивалентной гибридной $П$-схемы от амплитуды напряжения $U_э$. Сплошные линии — измеренные, пунктирные и штрихпунктирные линии — расчетные:

а — П6Г № 1: $E_К = -4{,}8$ *в*, $E_э = 2$ *в*; *б* — П6Г № 4: $E_К = -10{,}1$ *в*, $E_э = 2$ *в*

Рис. 5. Зависимости среднего параметра $C_э$ эквивалентной гибридной $П$-схемы от амплитуды напряжения $U_э$. Сплошные линии — измеренные, пунктирные линии — расчетные. $E_К = -10{,}1$ *в*, $E_э = 2$ *в*, $f = 605$ *кгц*:

а — П402 № 1; *б* — П401 № 1; *в* — П402 № 2

рассчитанными и измеренными значениями $X_э$ увеличивается. Было найдено, что при введении под знак функции f_2 эмпирического коэффициента n, величина которого для всех испытанных образцов трио-

дов равна 1,54, расхождение между результатами расчета и измерения не превышает ошибки измерения. В этом убеждают графики, приведенные на рис. 4, 5, 6, 7, на которых сплошными линиями показаны измеренные

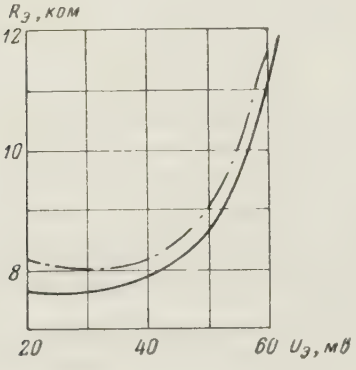


Рис. 6

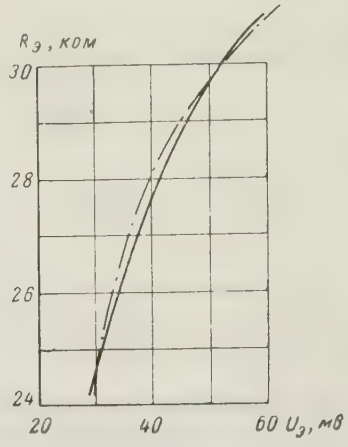


Рис. 7

Рис. 6. Зависимость среднего параметра $R_э$ эквивалентной гибридной $П$-схемы от амплитуды напряжения $U_э$. Сплошная линия — измеренная, штрих-пунктирная линия — расчетная:
П6Г № 1: $E_К = -10{,}1$ в, $E_Э = 2$ в, $f = 218$ кгц

Рис. 7. Зависимость среднего параметра $R_э$ эквивалентной гибридной $П$-схемы от амплитуды напряжения $U_э$. Сплошная линия — измеренная, штрих-пунктирная линия — расчетная:
П6Г № 1: $E_К = -10{,}1$ в, $E_Э = 1$ в, $f = 218$ кгц

зависимости и штрих-пунктирными линиями показаны зависимости, рассчитанные по формулам

$$\frac{1}{R_э} = f_2(x')\, I_{э0}\, 2\, \frac{q}{kT}\,(1 - a - b^2), \tag{15}$$

$$\omega C_э = f_2(x')\, I_{э0}\, 2\, \frac{q}{kT}\, b, \tag{16}$$

где

$$x' = n\, \frac{q}{kT}\, U_{э1}.$$

Формулы (15) и (16) являются универсальными и пригодны для расчета $R_э$ и $C_э$ как при малых, так и при больших уровнях сигнала.

Рассматривая результаты измерения параметров, необходимо остановиться на одном весьма существенном соотношении, полученном экспериментально: фазовый угол между амплитудами первой гармоники тока коллектора и напряжения на входе $\varphi_{вх\,н}$ при коротком замыкании на выходе практически не зависит от уровня входного сигнала (наблюдаемое изменение этого угла не превышает 0,5°, что находится в пределах ошибки измерения).

Иллюстрирующие эту закономерность графики приведены на рис. 8. Обозначив $\operatorname{tg} \varphi_{вх\,нкз} = \omega\tau$, из уравнения (14) находим

$$\tau = \frac{C_э R_э R_б}{R_э + R_б}, \tag{17}$$

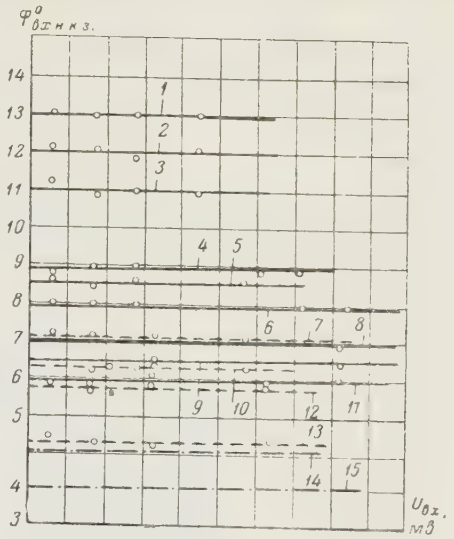


Рис. 8. Зависимости фазового угла $\varphi_{вх\,нкз}$ между током коллектора и напряжением на входе при коротком замыкании на выходе от амплитуды напряжения на входе триода $U_{вх}$ (— П6Г № 1, $f = 218$ *кгц*, — — —П 401 №1, $f = 605$ *кгц*, f —·— П402 № 1, $f = 605$ *кгц*):

1 — $E_к = -2{,}4$ *в*, $E_э = 3$ *в*; *2* — $E_к = -4{,}8$ *в*, $E_э = 3$ *в*; *3* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 3$ *в*; *4* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 2$ *в*; *5* — $E_к = -2{,}4$ *в*, $E_э = 2$ *в*; *6* — $E_к = -4{,}8$ *в*, $E_э = 2$ *в*; *7* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 3$ *в*; *8* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 1{,}4$ *в*; *9* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 1$ *в*; *10* — $E_к = -2{,}4$ *в*, $E_э = 2$ *в*; *11* — $E_к = -4{,}8$ *в*, $E_э = 1$ *в*; *12* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 1$ *в*; *13* — $E_к = -4{,}8$ *в*, $E_э = 2$ *в*; *14* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 2$ *в*; *15* — $E_к = -10{,}1$ *в*, $E_э = 2$ *в*

причем τ не зависит от уровня сигнала. Если параметры $C_э$ и $R_э$ определены, сопротивление $R_б$ может быть рассчитано по формуле (17).

Таким образом, измерив α и $\varphi_{вх\,нкз}$, можно рассчитать три параметра эквивалентной схемы: $C_э$, $R_э$ и R .

3. СОПРОТИВЛЕНИЯ Z_n и $Z_к$

Для эквивалентной схемы рис. 1 справедливо соотношение

$$I_э = I_1(1 + \beta) - I_n,$$

где

$$\beta = I_\Sigma / I_1.$$

Считая, что при коротком замыкании на выходе $I_n = 0$, из последнего уравнения находим

$$I_{экз} = I_{1кз}(1 + \beta).$$

Если при коротком замыкании на выходе и конечной нагрузке напряжение $U_э$ имеет одно и то же значение, т. е. $I_1 = I_{1кз}$, два последних уравнения можно решить совместно, что дает

$$I_n = I_{экз} - I_э.$$

В этом уравнении $I_{экз}$ и $I_э$ — токи эмиттера при коротком замыкании на выходе и при некоторой конечной нагрузке, но при одном и том же напряжении $U_э$.

Поскольку $I_n \simeq U_{вых} / Z_n$, получаем

$$\frac{1}{Z_n} \simeq \frac{I_{экз} - I_э}{U_{вых}}\bigg|_{U_э = \text{const}}. \qquad (18)$$

Пользуясь формулой (18), по данным измерений определялось сопротивление Z_n. Измерение этого сопротивления показало, что его реактивная составляющая имеет индуктивный характер и ее величина значительно меньше величины активной составляющей. Активная составляющая этого сопротивления R_n зависит от амплитуды переменного напряжения $U_э$, режима по постоянному току и частоты. Измерения показали также, что при изменении напряжения на выходе в 3 — 4 раза, если входное напряжение поддерживается постоянным, сопротивление R_n меняется меньше, чем на 10%.

Зависимость сопротивления R_n от напряжения $U_э$ может быть аппроксимирована функцией вида

$$\frac{1}{R_n} \simeq f_2(x') I_{э0} 2 \frac{q}{kT} A. \tag{19}$$

Здесь A — параметр триода, практически не зависящий от уровня сигнала.

На рис. 9 показаны измеренные (сплошные линии) и рассчитанные при помощи уравнения (19) (пунктирные линии) зависимости сопротивления R_n от напряжения $U_э$. Параметр A определялся при одном значении $U_э$ по измеренной величине R_n. Как видно, ошибка расчета не превышает ошибки измерения.

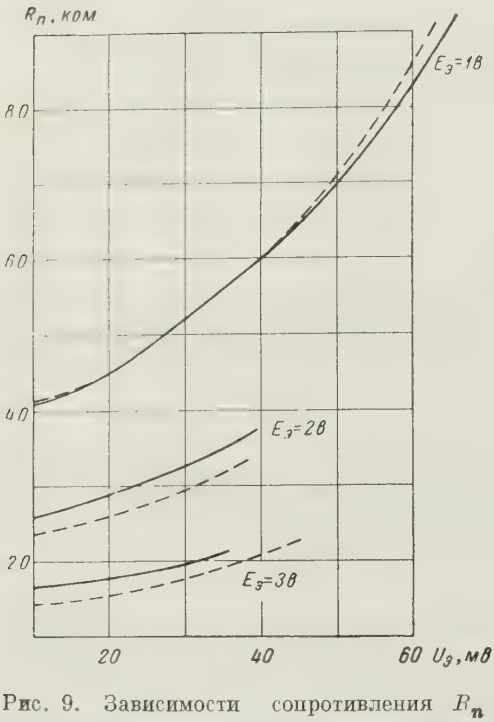


Рис. 9. Зависимости сопротивления R_n от амплитуды напряжения $U_э$. Сплошные линии — измеренные, пунктирные линии — расчетные: П6Г № 1, $f = 218$ кгц

Сопротивление $Z_к$ может быть определено, если известны значения остальных параметров эквивалентной схемы.

Уравнения (8) и (9) не могут быть использованы для расчета параметра $Z_к$, так как они не включают барьерной емкости коллекторного перехода ППТ, которая у триодов типов П1 и П6 значительно больше диффузионной емкости, величина которой определяется уравнением (9).

Параметр $Z_к$ исследовался на основании эксперимента, состоящего в изучении геометрических мест концов векторов (диаграмм) токов и напряжений на входе и выходе ППТ при изменении сопротивления нагрузки и постоянной амплитуде тока эмиттера.

Построенная по результатам измерений векторная диаграмма при постоянном значении амплитуды тока эмиттера $I_э$ и переменном фазовом угле контура $\varphi_н$ приведена на рис. 10. Аналогичные векторные диаграммы, построенные для других триодов типов П6Г и П1И при других значениях тока $I_э$, сопротивления R_{0e} и постоянных напряжений $E_э$ и $E_к$, имеют такой же вид. Как видно, основной особенностью, характерной для векторных диаграмм при $I_э = \text{const}$ и $\varphi_н = \text{var}$, является очень хорошее совпадение годографов векторов $I_н$, $I_б$ и $U_{вых}$ с окружностями и значительное отличие от окружности годографа вектора $U_{вх}$. Измерения проводились на частоте, примерно равной $0{,}2\, f_{кр}$. На этой частоте $1 - a \ll 1$ и $b \ll 1$, где a и b — активная и реактивная составляющие коэффициента усиления по току α. Малость параметров $1 - a$ и b при описанной выше форме геометрических мест концов векторов $I_н$, $I_б$ и $U_{вых}$ дает основание заключить, что сопротивление $Z_к$ слабо зависит от уровня сигнала.

Воспользовавшись уравнениями узловых напряжений, получаем

$$I_э \frac{\beta}{1+\beta} = I_н + I_к + I_n \frac{1}{1+\beta},$$

где

$$\beta = I_\Sigma / I_1.$$

Принимая также во внимание, что

$$\frac{\beta}{1+\beta}=\frac{I_н}{I_э}\Big|_{кз}=\alpha,\quad I_nR_n\simeq I_кZ_к\simeq I_нZ_н=U_{вых},$$

$$\frac{1}{Z_к}=\frac{1}{R_к}+j\omega C_к,\quad \frac{1}{Z_н}=\frac{1}{R_{0e}}+j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right),$$

Рис. 10. Векторная диаграмма токов и напряжений при постоянном токе $I_э$ и переменной реактивной составляющей сопротивления нагрузки. Пунктиром обозначены геометрические места концов векторов. Цифры у концов векторов означают значения фазового угла нагрузки, при котором данный вектор измерялся:

П6Г № 1: $E_к=-10{,}1в$, $E_э=2в$, $R_{0e}=17{,}2$ *ком*, $f=218$ *кгц*

Приходим к формуле

$$U_{вых}=\frac{r_э}{A+pO}, \tag{20}$$

где

$$r_э=\alpha I_э;$$

$$A=\frac{1}{R_к}+\frac{1-a}{R_n}+\frac{1}{R_{0e}}+j\left(\omega C_к+\frac{b}{R_n}\right);$$

$$pO=j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right).$$

Если комплексные параметры A, $r_э$ и O постоянны и меняется только параметр p, (20) является уравнением окружности в символической форме, проходящей через начало координат [5].

Если пренебречь членами $(1-a)/R_n$, b/R_n и положить $\alpha\simeq 1$, то

$$r_э\simeq I_э,$$

$$A\simeq\frac{1}{R_к}+\frac{1}{R_{0e}}+j\omega C_к,$$

$$pO=j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right).$$

Таким образом, если $I_э = \text{const}$, а $R_к$ и $C_к$ не меняются при изменении L или C контура, годограф вектора $U_{вых}$ близок к окружности. При этих условиях годографы векторов $I_н$ и $I_б$ также близки к окружностям. Действительно

$$\left.\begin{aligned} I_ц &= \alpha I_э - U_{вых}\left(\frac{1}{Z_к} + \frac{1-\alpha}{Z_n}\right), \\ I_б &= I_э - I_н. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Пренебрегая величиной $(1-\alpha)/Z_n$, получаем

$$I_н \simeq \alpha I_э - U_{вых}\left(\frac{1}{R_к} + j\omega C_к\right), \tag{22}$$

откуда видно, что если $\alpha I_э = \text{const}$, $Z_к = \text{const}$ и годографом вектора $U_{вых}$ является окружность, то годографы векторов $I_н$ и $I_б$ также являются окружностями [5].

Если при изменении сопротивления нагрузки и $I_э = \text{const}$ $Z_к$ меняется, годографы векторов $U_{вых}$, $I_б$ и $I_н$ отличаются от окружности. Предположим, что $R_к = \text{const}$, а зависимость $C_к$ от $U_{вых}$ может быть описана полиномом n-й степени. В результате подстановки этого полинома в уравнение (22) получаем

$$I_н = Б + ГU_{вых} + ЖU_{вых}^2 + \ldots,$$

где $Б$, $Г$, $Ж$, ... — постоянные коэффициенты.

Предположим также, что несмотря на непостоянство $C_к$ годограф вектора $U_{вых}$ — окружность, т. е. $U_{вых} = \varepsilon/(A + pO)$

$$\text{при } \varepsilon = \text{const}, \quad A = \text{const}, \quad O = \text{const}, \quad p = \text{var}.$$

Решив два последних уравнения совместно, получаем уравнение вида

$$I_н = \frac{a_1 + pa_2 + p^2a_3 + \cdots}{b_1 + pb_2 + p^2b_3 + \cdots},$$

где $a_1, a_2, a_3, \ldots$; $b_1, b_2, b_3, \ldots$ — постоянные комплексные величины; p — переменный параметр. По условию коэффициенты $a_1, a_2, a_3, \ldots$; $b_1, b_2, b_3, \ldots$ не равны нулю, следовательно, последнее уравнение является уравнением кривой, отличной от окружности.

Поскольку напряжение $U_{вых}$ и ток $I_н$ связаны соотношением

$$U_{вых} = \frac{I_н}{Z_н},$$

отличие годографа вектора $I_н$ от окружности означает, что и годограф вектора $U_{вых}$ не может быть окружностью.

Таким образом, постоянство сопротивления $Z_к$ является не только достаточным, но и необходимым условием для того, чтобы годографы векторов $U_{вых}$ и $I_н$ были близки к окружностям.

Сравнение годографов векторов $U_{вых}$ и $U_{вх}$ (рис. 10) показывает, что годограф вектора $U_{вх}$ значительно отличается от окружности, тогда как годограф вектора $U_{вых}$ очень близок к окружности, т. е. входное сопротивление триода в значительно большей степени зависит от уровня сигнала, чем сопротивление $Z_к$. Поэтому, не допуская большой ошибки, можно считать, что $Z_к$ не зависит от уровня сигнала.

Следует сравнить этот результат с некоторыми данными, которые приводятся в литературе. В работе Самойленко [6] приводится расчет емкости коллекторного перехода $C_к$. Как показывает Самойленко, при условиях, аналогичных описываемым выше, емкость $C_к$ зависит от уровня сигнала. Если воспользоваться выражением этой зависимости, которое приводится Самойленко, то можно получить, что при увеличении $U_{вых}$

от $0{,}3E_к$ до $0{,}6E_к$ емкость $C_к$ меняется примерно на 5% (такая величина находится в пределах ошибки измерения). Таким образом, результаты измерений, которые приводятся в настоящей статье, не находятся в противоречии с теоретическими положениями.

При помощи векторной диаграммы рис. 10 можно определить $Z_к$. Диаметр окружности, на которой лежат концы вектора $I_н$, равен (см. уравнение (21))

$$\phi = U_{\text{вых рез}}\left(\frac{1}{Z_к} + \frac{1-\alpha}{Z_n}\right).$$

Здесь $U_{\text{вых рез}}$ — резонансное значение напряжения на выходе, если ток $I_э$ поддерживается постоянным (внутреннее сопротивление источника сигнала равно бесконечности).

Зная $U_{\text{вых рез}}$, Z_n и α, по последней формуле можно определить $Z_к$. Измерения показали, что на частотах, бо́льших $0{,}1f_{кр}$, сопротивление $X_к$ много меньше $R_к$.

Векторные диаграммы, полученные для триодов П401 и П402, несколько отличаются от приведенной на рис. 10. Характерным для этих триодов является то, что геометрическое место концов вектора $I_н$ отличается от окружности. Это говорит о том, что зависимость емкости коллекторного перехода этих триодов от уровня сигнала проявляется в значительно большей степени, чем у триодов типов П1 и П6.

4. КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ α

Зависимость $\alpha = a - jb$ от $U_э$ может быть исследована экспериментально. На рис. 11 приведены зависимости параметра b триодов типа П6Г от уровня входного сигнала, измеренные на частоте 218 *кгц*. Как видно, при увеличении уровня сигнала b сначала довольно резко увеличивается, затем при $U_{вх} = 40 - 50$ *мв* рост b прекращается и при дальнейшем увеличении напряжения на выходе b меняется мало.

Зависимость параметров $-a$ и b от уровня сигнала проявляется тем меньше, чем выше частота.

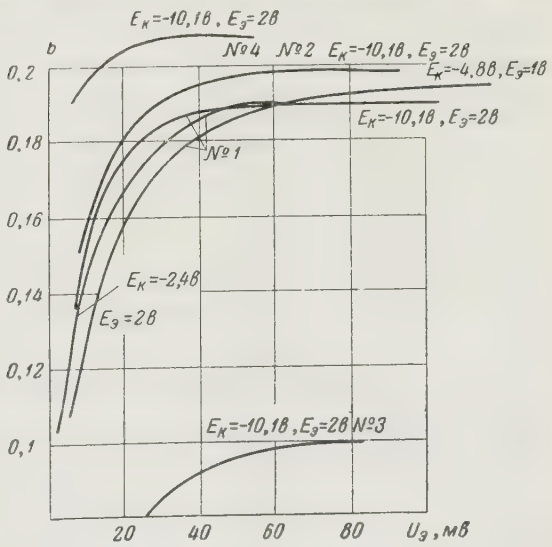


Рис. 11. Зависимости среднего параметра b эквивалентной гибридной $П$-схемы от амплитуды напряжения $U_э$ четырех триодов типа П6Г, $f = 218$ *кгц* (номера триодов написаны у соответствующих кривых)

Если частота не превышает критической частоты триода, α может быть рассчитан по известной формуле:

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{кр}}} = a - jb.$$

Отсюда

$$1 - a = 1 - \alpha_0 \frac{\left(\dfrac{\omega}{\omega_{кр}}\right)^2}{1 + \left(\dfrac{\omega}{\omega_{кр}}\right)^2}, \qquad b = \frac{\alpha_0 \dfrac{\omega}{\omega_{кр}}}{1 + \left(\dfrac{\omega}{\omega_{кр}}\right)^2}, \qquad \frac{b}{a} = \frac{\omega}{\omega_{кр}}.$$

Поскольку b не остается постоянным при изменении уровня сигнала, $\omega_{кр}$ является также величиной, зависимой от уровня сигнала (зависимость параметра a от уровня сигнала обычно проявляется очень слабо). Поэтому должно быть оговорено, какому режиму работы соответствует приводимое значение критической частоты. Так как при достаточно большой амплитуде входного сигнала b мало зависит от режима, значение критической частоты, соответствующее этому значению b, удобно считать постоянной характеристикой ППТ и обозначать $f_{кр\ мин}$.

5. ЗАВИСИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ГИБРИДНОЙ *П*-СХЕМЫ ППТ ОТ ПОСТОЯННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ЧАСТОТЫ

Измеренные значения параметров двух триодов типа П6Г на частотах 218 и 605 *кгц* приведены в таблице (S — средняя крутизна, т. е. отношение тока I_Σ к напряжению $U_э$; триод П6Г, $U_{вх} = 40$ *мв*, $E_к = -10{,}1$*в*, $E_э = 2$*в*).

Таблица

f, *кгц*	№ образцов	$1-a$	b	$R_б$,*ом*	$C_э$,*пф*	$R_э$,*ком*	R_n,*ком*	S,*ма/в*	$C_к$,*пф*
218	1	0,044	0,182	127	690	11	44,5	5,22	24,5
	4	0,052	0,208	164	818	10	53	5,34	18,3
605	1	0,206	0,377	130	593	4,63	18	5,88	22
	4	0,308	0,46	183	726	3,75	19,3	5,93	16,6

Из таблицы легко видеть, что при изменении частоты от 218 до 605 *кгц* параметры $C_э$, $R_б$, $C_к$ и S меняются мало (не более, чем на 10—12%), тогда как сопротивления $R_э$ и R_n меняются более, чем в два раза.

Зависимости параметров $C_э$, $R_э$ и R_n от постоянных напряжений определяются уравнениями (15), (16) и (19). Зависимости параметров τ и C_1 от питающих напряжений были измерены. Эти зависимости могут быть аппроксимированы выражениями вида

$$\tau = \frac{m + fI_{э0}^3}{\lambda + \mu E_к},$$

$$C_к = C_{к0}\sqrt{\frac{E_{к0}}{E_к}} \quad \text{для триодов типов П1 и П6,}$$

$$C_к = C_{к0}\sqrt[3]{\frac{E_{к0}}{E_к}} \quad \text{для триодов типов П401 и П402.}$$

Здесь m, f, λ и μ — эмпирические коэффициенты; $C_{к0}$ — емкость коллекторного перехода при $E_к = E_{к0}$.

ВЫВОДЫ

1. Проведенное исследование показало, что параметр $Z_к$ эквивалентной гибридной *П*-схемы триодов типов П1 и П6 практически не зависит от уровня сигнала. Параметры $Z_э$, $R_б$, Z_n и β зависят от амплитуды напряжения $U_э$. Зависимости этих параметров от напряжения на выходе проявляются очень слабо и практически могут не учитываться.

Несмотря на сравнительно большое количество параметров эквивалентной схемы, зависящих от уровня сигнала, только четыре нелинейные характеристики зависимости параметров $C_э$, $R_э$, R_n и S от напряжения $U_э$ и значения двух постоянных параметров $C_к$ и τ в основном определяют работу триода. Постоянная времени τ, являющаяся функцией параметров $C_э$, $R_э$ и $R_б$, не зависит от амплитуды сигнала. Поэтому, если зависи-

ости параметров $C_э$ и $R_э$ от уровня сигнала известны, зависимость опротивления $R_б$ от уровня сигнала определяется однозначно.

2. Установлено, что на частотах $(0{,}1 \div 1) f_{кр}$ для параметров эквивалентной гибридной $П$-схемы ППТ справедливы неравенства

$$R_э \gg X_э, \quad R_к \gg X_к, \quad X_n \gg R_n.$$

При анализе схем, содержащих ППТ, учет этих соотношений может начительно упростить задачу.

3. На частотах ниже $0{,}6 f_{кр}$ параметры эквивалентной гибридной I-схемы ППТ $C_э$, $R_б$, $C_к$ и S слабо зависят от частоты (меняются менее, ем на 10%), тогда как сопротивления $R_э$ и R_n у триодов типа П6Г ри изменении частоты от 200 до 600 *кгц* меняются более, чем в два раза.

4. Значения параметров $R_э$, R_n, $C_э$ и $R_б$ и зависимости их от уровня игнала и питающих напряжений могут быть рассчитаны по формулам, оторые приводятся в работе. Для этого должны быть известны значеия параметров b, $1 - a$, τ и A. При большом уровне сигнала параметры и $1 - a$ слабо зависят от уровня сигнала и питающих напряжений. этих условиях работу триода практически полностью определяют знаения пяти не зависящих от уровня сигнала параметров $C_к$, τ, A, $f_{кр\ мин}$ $(1 - \alpha_0)_{макс}$. Эти пять параметров должны измеряться при изготовении триода и их значения должны сообщаться в его паспорте.

ЛИТЕРАТУРА

И. Н. Мигулин, Эквивалентные схемы и параметры плоскостных полупроводниковых триодов, Электросвязь, 1959, 9, 46.

С. М. Герасимов, Исследование режима автоколебаний в генераторе на плоскостном полупроводниковом триоде, Электросвязь, 1957, 3, 24.

Дж. Эрли, Теоретический расчет плоскостных транзисторов, Пробл. соврем. физ., Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1955, 2.

А. Лоуидр., Основы полупроводниковой электроники, Изд. Советское радио, 1958.

П. Л. Калантаров, Л. Р. Нейман, Теоретические основы электротехники, ГЭИ, II, 1948.

В. И. Самойленко, Особенности работы полупроводниковых диодов и триодов при больших напряжениях, Оборонгиз, 1959.

Поступила в редакцию
29 VII 1959

1960 № 7

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ СВОЙСТВ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ТРИОДОВ ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ ЗАРЯДА НЕОСНОВНЫХ НОСИТЕЛЕЙ БАЗЫ

В. И. Швейкин

Предложен импульсный метод измерения заряда неосновных носителей, инжектированных в базу полупроводниковых триодов. Проведено измерение заряда базы сплавных полупроводниковых триодов. Измерение заряда в усилительном режиме позволяет рассчитать среднее время пробега неосновных носителей от эмиттера до коллектора, которое является основной характеристикой частотных свойств полупроводникового идеального триода. Измерение заряда в насыщении позволяет определить эффективное время жизни неосновных носителей.

ВВЕДЕНИЕ

Заряд неосновных носителей, накопленный в базе полупроводникового триода в процессе передачи тока от эмиттера к коллектору, является важнейшей характеристикой основных свойств триода. Например, длительность переходных процессов включения и выключения триода в активной области (усилительный режим) однозначно определяется временем установления градиента концентрации неосновных носителей в базе или, другими словами, временем, в течение которого база будет «заряжаться» данным током эмиттера $I_э$ до некоторого стационарного значения заряда $Q_{ус}$.

Очевидно также, что время рассасывания в режиме насыщения зависит от величины заряда $Q_{нас}$, накопленного в базе к моменту переключения.

Таким образом, измерение заряда, накопленного в базе при различных режимах работы, позволило бы нам судить как о частотных свойствах триода, так и о времени его нахождения в насыщении.

Особое значение метод измерения стационарного заряда в базе приобретает в связи с тем, что изготовляемые в настоящее время полупроводниковые триоды имеют достаточно большой разброс параметров, и простая, быстрая и надежная разбраковка триодов по их параметрам имеет немаловажное значение.

Измерение заряда базы приобретает важное значение для высокочастотных триодов, где непосредственное измерение критических частот усиления по току значительно усложняется необходимостью вести измерения на высоких частотах.

1. ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ЗАРЯДА

Частотные свойства полупроводниковых триодов обычно характеризуют критической частотой коэффициента усиления по току f_α. Как известно, при диффузионном характере передачи тока через базу сплавного триода критическая частота определяется следующим соотношением [1]:

$$\omega_\alpha = 2\pi f_\alpha \simeq \frac{2{,}43 D_p}{w^2}, \qquad (1)$$

где D_p — коэффициент диффузии неосновных носителей (дырок) в базе w — толщина базового слоя.

Здесь и в дальнейшем мы отвлекаемся от возможного влияния на критическую частоту емкостей электронно-дырочных переходов триода и сопротивления базы и рассматриваем критическую частоту идеального полупроводникового триода, обусловленную лишь процессом передачи тока через область базы.

В настоящей работе предлагается за меру частотных свойств триода брать отношение величины накопленного заряда в базе триода $Q_{\text{ус}}$ к величине постоянного тока эмиттера $I_{\text{э}}$, который обусловливает этот заряд.

Физический смысл введенного отношения $Q_{\text{ус}}/I_{\text{э}}$ можно интерпретировать как среднее время пробега носителей заряда (дырок) от эмиттера до коллектора.

Действительно, для тока неосновных носителей справедливо соотношение

$$I(x) = qSp(x)v(x), \tag{2}$$

где q — заряд электрона; $p(x)$ — концентрация дырок в данной точке; $v(x)$ — средняя скорость движения дырок в той же точке; S — площадь эмиттерного и коллекторного переходов.

Замена в (2) $v(x)$ на dx/dt приводит к дифференциальному уравнению

$$dt = \frac{qSp(x)}{I(x)}\,dx. \tag{3}$$

Для одномерной модели триода, проинтегрировав (3) по всей толщине базы от нуля до w, получим выражение для среднего времени, в течение которого дырка участвует в переносе заряда от эмиттера к коллектору:

$$t_{\text{пр}} = \int_0^w \frac{qSp(x)\,dx}{I(x)}. \tag{4}$$

Как следует из (4), для полупроводникового триода в усилительном режиме, когда можно считать, что $I(x) \simeq \text{const}$ вдоль всей базы, время пробега $t_{\text{пр}}$ равно введенному выше отношению заряда $Q_{\text{ус}}$, накопленного в базе при передаче тока $I_{\text{э}}$, к величине этого тока:

$$t_{\text{пр}} = \frac{\int_0^w qSp(x)\,dx}{I_{\text{э}}} = \frac{Q_{\text{ус}}}{I_{\text{э}}}. \tag{5}$$

В случае однородного распределения примесей в базе (сплавной триод), когда стационарное распределение концентрации дырок в базе при заданном токе $I_{\text{э}}$ можно считать линейным,

$$p(x) = \frac{I_{\text{э}}}{qSD_p}(w - x) \tag{6}$$

(незначительным влиянием рекомбинации пренебрегается), подстановка (6) в (5) приводит к тому, что отношение заряда к току эмиттера является величиной, обратной критической частоте коэффициента усиления по току (1):

$$\frac{Q_{\text{ус}}}{I_{\text{э}}} = \frac{1}{\omega_\alpha} = \frac{1{,}215}{2\pi f_\alpha}.$$

Заметим, что такая простая связь между пролетным временем и критической частотой справедлива для случая чистодиффузионного механизма передачи тока. В случае, когда в базе имеется как диффузионный, так и дрейфовый механизм передачи тока, соотношение между $t_{\text{пр}}$ и ω_α согласно [2] будет иным:

$$\omega_\alpha \simeq \frac{2}{D_p^{1/2}} \frac{w}{(2t_{\text{пр}})^{1/2}}.$$

Таким образом, критическая частота f_α однозначно определяется отношением $\frac{I_э}{Q_{ус}}$:

$$f_\alpha = 0{,}193\,\frac{I_э}{Q_{ус}}\,. \tag{7}$$

Основное преимущество выбора $Q_{ус}/I_э$ в качестве характеристики частотных свойств триода заключается в простоте, надежности и быстроте измерения заряда, инжектированного в базу.

Кроме данных о частотных свойствах полупроводниковых триодов, метод измерения заряда позволяет определить другую важнейшую характеристику триода — эффективное время жизни неосновных носителей в базе τ.

Как известно [3], коэффициентом пропорциональности между зарядом Q в стационарном режиме и током базы $I_б$ является эффективное время жизни τ:

$$Q = \tau I_б. \tag{8}$$

Для усилительного режима выражение (8) можно записать следующим образом:

$$Q_{ус} = \tau_{ус} I_э\,(1 - \alpha_0) \simeq \frac{\tau I_э}{\beta_0}\,, \tag{9}$$

где β_0 — низкочастотное значение коэффициента усиления по току в схеме с общим эмиттером. Сравнивая (9) с (5), получим связь между эффективным временем жизни в усилительном режиме и временем пробега:

$$\tau_{ус} = \beta_0 t_{пр}. \tag{10}$$

В режиме насыщения (8) можно записать так:

$$Q_{нас} = \tau_{нас}\,(I_э - I_к), \tag{11}$$

где $I_к$ — ток коллектора в насыщении. Зная $Q_{нас}$ и токи $I_э$, $I_к$, можно определить характеристику режима насыщения — эффективное время жизни неосновных носителей базы в насыщении. Этот метод определения $\tau_{нас}$ особенно удобен при разбраковке триодов.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема для измерения заряда в базе представлена на рис. 1. Принцип измерения основан на следующем.

Заряд неосновных носителей $Q_{ус}$, подлежащий измерению, накапливается в базе за время переходного процесса включения. В течение переходного процесса выключения заряд $Q_{ус}$ удаляется из базы. При условии, что процесс накопления заряда в базе, равно как и процесс удаления носителей из базы, происходит за время, значительно меньшее времени рекомбинации τ, что обычно имеет место для реальных триодов в активной области, полное количество заряда, проносимое током базы как за время переходного процесса включения, так и за время переходного процесса выключения, равно $Q_{ус}$.

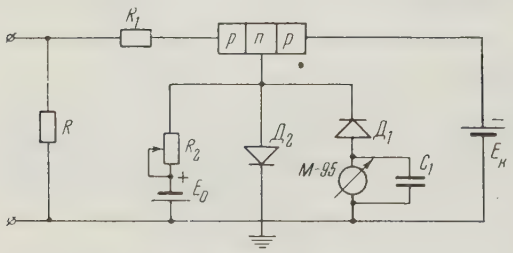


Рис. 1. Принципиальная схема установки по измерению заряда неосновных носителей базы в усилительном режиме

Таким образом, имеются две возможности измерения заряда $Q_{ус}$: первая — измерение заряда при его втекании в базу, вторая — измерение заряда при его вытекании из базы. При измерении заряда, проведенного в обоих случаях, было установлено, что измеренная величина заряда оказалась одинаковой.

Схема рис. 1 измеряет заряд неосновных носителей базы при его вытекании. На вход схемы подаются прямоугольные импульсы тока $I_э$ с заданной частотой повторения F (рис. 2, *а*). Длительность импульса выбирается такой, чтобы все процессы в базе установились, т. е.

$$t_и \gg t_{пр}. \qquad (12)$$

На рис. 2, *б* показана форма тока базы с учетом постоянных составляющих за счет обратного тока коллекторного перехода $I_{к0}$ и рекомбинационного тока базы $I^*_{б0} = (1 - \alpha_0) I_э$.

Площади заштрихованных участков должны быть равны между собой, и каждая в отдельности равна измеряемому заряду $Q_{ус}$. Переключающие диоды D_1, D_2 включены в цепь базы таким образом, что для положительного направления тока базы диод D_2 открыт, а диод D_1 закрыт. Измерительный прибор для случая измерения заряда при его вытекании из базы включается последовательно с диодом D_1. В качестве измерительного прибора взят микроамперметр постоянного тока с малым внутренним сопротивлением.

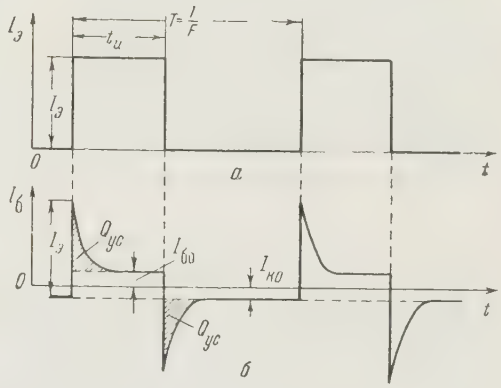


Рис. 2

а — эпюра входных импульсов тока эмиттера $I_э$; *б* — эпюра тока базы $I_б$ ($I_{б0} = I^*_{б0} - I_{к0}$)

Очевидно, что в отсутствие входного сигнала через измерительный прибор будет протекать обратный ток коллекторного перехода $I_{к0}$. Цепь E_0R_2 служит для компенсации этого тока. Следует заметить, что производить измерение вытекающего заряда значительно удобнее, чем втекающего, что обусловлено удобством компенсации постоянного тока $I_{к0}$, не зависящего от входного тока эмиттера. При достаточно большой скважности входных импульсов эта компенсация производится установкой «нуля» измерительного прибора в отсутствие входного импульса тока эмиттера, чего нельзя сделать при компенсации рекомбинационного тока базы во втором случае.

За время действия входного импульса, когда открыт диод D_2, в базе устанавливается заряд $Q_{ус}$. После снятия импульса дырки, составляющие заряд неосновных носителей в базе, быстро (в течение переходного процесса) вытекают из базы через коллекторный переход. Равное количество электронов, нейтрализующее объемный заряд базы, за то же время вытекает из базы через последовательно включенные диод D_1 и измерительный прибор. Сопротивления R_1, R_2, а также сопротивление утечки коллекторного перехода исследуемого триода и обратное сопротивление диода D_2 выбираются много бо́льшими, чем прямое сопротивление диода D_1.

Таким образом, через диод D_1 будут протекать короткие импульсы тока с частотой повторения входного сигнала F. Измерительный прибор будет показывать среднее значение тока за период $T = 1/F$:

$$\bar{I} = \frac{1}{T}\int_0^T I(t)\,dt = FQ,$$

где $\bar{I}$ — показание прибора; $I(t)$ — ток, протекающий через прибор. При таком включении измерительного прибора обычно параллельно к нему подключается емкость C_1. Величина емкости ограничивается условием

$3R_{пр}C_1 < T$, которое означает, что емкость C_1 должна успеть разрядиться через сопротивление прибора $R_{пр}$ за время паузы между импульсами.

Для установления достоверности измеряемой величины заряда $Q_{ус}$ было произведено сравнение заряда, измеренного по схеме рис. 1, с его величиной, определяемой способом, основанным на осциллографическом измерении базового тока. Напряжение, подаваемое на осциллограф, снимается с известного небольшого сопротивления в цепи базы. Измерение площадей участков, соответствующих либо втекающему, либо вытекающему заряду, позволяет определить $Q_{ус}$ (см. рис. 2, *б*). В пределах точности, допускаемых осциллографическим методом, было установлено совпадение измеряемой величины заряда, полученной при двух вышеуказанных способах измерения.

Основным доказательством, устанавливающим справедливость предложенного метода измерения заряда базы, должно послужить сравнение критической частоты коэффициента усиления по току f_α, полученной из (7) при измерении заряда базы $Q_{ус}$, с критической частотой, полученной при обычном способе измерения, заключающемся в определении частоты f_α, при которой коэффициент усиления по току α уменьшается в $1/\sqrt{2}$ раз от его низкочастотного значения α_0.

Таблица

	Тип триода								
	П3Б	П1Д	П2Б	П6Б	П14 (1)	П14 (2)	П14 (3)	П15 (1)	П15 (2)
$Q_{ус}\cdot 10^{-10}$, *к*	84,0	9,6	17,4	11,2	6,3	1,9	1,1	4,8	4,0
$t_{пр}=\frac{Q_{ус}}{I_э}$, *мксек*	1,68	0,192	0,348	0,224	0,126	0,038	0,022	0,096	0,080
$0{,}193\frac{I_э}{Q_{ус}}$, *кгц*	115	1000	555	860	1530	5080	8780	2000	2400
f_α, *кгц*	110	1070	595	910	1600	4950	8500	2050	2500

В таблице приводится сравнение критических частот для сплавных триодов типов П1Д, П2Б, П3Б, П6Б, П14, П15, полученных при обычном способе измерения и при измерении заряда базы $Q_{ус}$ по схеме рис. 1. Измерения производились при $I_э = 5{,}0$ *ма*; $E_к = 5{,}0$ *в*; $F = 100$ *кгц*; $t_и = 2{,}0$ *мксек*.

Как видно из таблицы, совпадение f_α и $0{,}193 I_э/Q_{ус}$ имеет место с точностью не хуже 5—10%. Это может служить основанием тому, что предлагаемый метод измерения заряда обладает не меньшей точностью.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ЗАРЯДА В РЕЖИМЕ НАСЫЩЕНИЯ

Схема для измерения заряда в режиме насыщения изображена на рис. 3. В усилительном режиме дырки, а следовательно и электроны, вытекают

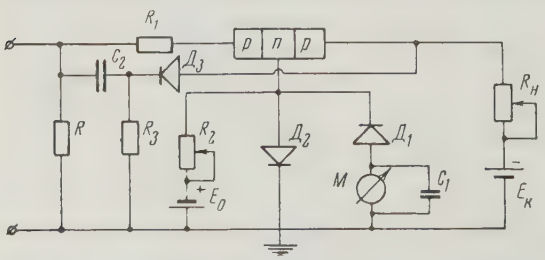


Рис. 3. Принципиальная схема установки по измерению заряда неосновных носителей базы насыщенного триода

из базы довольно быстро. В насыщении этот процесс происходит по крайней мере в течение времени рассасывания $t_р$, которое сравнимо с эффективным временем жизни неосновных носителей в базе. Поэтому в течение

этого времени часть электронов, находящихся в базе, прорекомбинирует с дырками и не будет зафиксирована измерительным прибором. Для обеспечения быстрого рассасывания дырок через переход коллектора необходимо сразу же после окончания насыщающего импульса обеспечить в цепи коллектора условия, близкие к короткому замыканию. Для этой цели параллельно нагрузке $R_н$ включается диод $Д_з$, который сразу же после окончания импульса открывается продифференцированным вход-

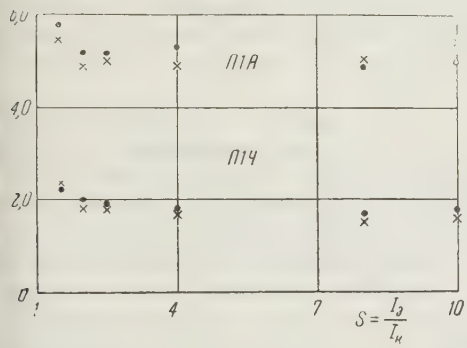


Рис. 4. Сравнение эффективного времени жизни сплавных триодов П1А, П14, определяемого для различных $s = I_э / I_к$ при измерении $Q_{нас}$ (черные кружки) и $t_р$ (крестики). Изменение s производилось путем изменения $I_к = E_к / R_н$ при постоянном $I_э = 10$ *ма*

ным импульсом, и к коллектору прикладывается достаточно большое отрицательное напряжение. При этом сопротивление $R_н$ шунтируется малым внутренним сопротивлением источника и начинается процесс быстрого рассасывания дырок в базе. В течение действия прямого насыщающего импульса диод $Д_з$ закрыт и не шунтирует нагрузку $R_н$. Это достигается соответствующим выбором параметров дифференцирующей цепочки $R_з C_2$, при которых диод $Д_з$ в течение всего времени $t_и$ был бы заперт.

Следует заметить, что условие, накладываемое на длительность входного импульса $t_и$ для обеспечения установившегося заряда в базе, будет отлично от условия (12) в усилительном режиме, а именно [4] $t_и \gtrsim 2{,}3\,\tau$.

Измерение заряда базы неосновных носителей насыщенного триода открывает целый ряд возможностей для экспериментального исследования поведения триода в режиме насыщения.

В частности, как уже указывалось ранее, измеряя $Q_{нас}$ при известных $I_э$, $I_к$, из формулы (11) можно определить эффективное время жизни неосновных носителей в насыщении $\tau_{нас}$. На рис. 4 приведено сравнение полученных таким образом значений $\tau_{нас}$ при различных степенях насыщения $s = I_э / I_к$ с τ, рассчитанным по известным формулам для времени рассасывания в схеме с общей базой [5]:

$$t_р = \tau \ln \frac{I_э}{I_к / \alpha_0}$$

при измерении $t_р$ для соответствующих степеней насыщения.

Совпадение $\tau_{нас}$ и τ следует считать хорошим.

Применяя метод измерения заряда базы для определения эффективного времени жизни, было обнаружено, что оно зависит от режима: для всех испытанных триодов $\tau_{ус}$, полученное согласно формуле (10) при измерении $Q_{ус}$, оказывается примерно в 1,5—2 раза больше $\tau_{нас}$. Например, для триода П1А $\tau_{нас} = 5{,}0$ *мксек*, в то время как $\tau_{ус} = 9{,}0$ *мксек*. Качественно этот эффект видимо можно объяснить тем, что в усилительном режиме основным процессом, определяющим величину эффективного времени жизни, является поверхностная рекомбинация носителей вблизи поверхности эмиттера; в режиме насыщения же, когда концентрация носителей у коллекторного перехода становится отличной от нуля, условия рекомбинации изменяются: рекомбинация может происходить и вблизи поверхности коллекторного перехода.

Изучение режима насыщения при помощи измерения заряда базы насыщенного триода может оказаться полезным при исследовании дрейфовых триодов, для которых, по-видимому, несправедливы формулы, определяющие время рассасывания, полученные в [4] и [5] для сплавных триодов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен метод измерения заряда неосновных носителей, инжектированных в базу. Измерение заряда базы позволяет определить основные параметры полупроводникового триода — критическую частоту коэффициента усиления по току и эффективное время жизни неосновных носителей в базе.

Эксперимент проведен для сплавных полупроводниковых триодов, где предложенная методика измерения заряда хорошо оправдывается. Величина заряда базы $Q_{ус}$ для сплавных полупроводниковых триодов имеет порядок 10^{-9}—10^{-8} *к* при токе эмиттера порядка 10 *ма*. При измерении заряда базы $Q_{ус}$ в дрейфовых триодах возникают трудности, связанные как с малостью величины измеряемого заряда, которая, по-видимому, примерно на два порядка меньше, чем в сплавных триодах, так и с очень малым временем переходного процесса выключения в схеме с общей базой, в течение которого накопленный заряд вытекает из базы. Последнее обстоятельство накладывает жесткие требования как на времена переключения диодов D_1, D_2 (см. рис. 1), так и на длительность заднего фронта входного импульса тока эмиттера.

Чувствительность схемы при малых величинах инжектированного в базу заряда $Q_{ус}$ может быть увеличена путем увеличения частоты повторения входных импульсов тока эмиттера F.

Метод измерения заряда открывает и ряд других возможностей экспериментального исследования свойств полупроводниковых триодов. В частности, измерение зависимости величины $Q_{ус}$ от напряжения коллектора позволяет экспериментально исследовать явление модуляции ширины базовой области.

В заключение приношу искреннюю благодарность К. С. Ржевкину, давшему ряд ценных советов, и В. В. Мигулину, прочитавшему рукопись и сделавшему ряд замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лоу Эндрес, Зевелс, Вельдхауэр, Ченг, Основы полупроводниковой электроники, Изд. Советское радио, 1958.
2. J. L. Moll, I. M. Ross, Proc. I. R. E., 1956, 44, 1, 72.
3. М. А. Абдюханов, Г. Н. Берестовский, В. А. Кузьмин, О расчете процессов в полупроводниковых триодах методом заряда, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 3, 450.
4. К. С. Ржевкин, В. И. Швейкин, О режиме насыщения в плоскостных полупроводниковых триодах, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 7, 1164.
5. В. А. Кузьмин, В. И. Швейкин, О работе полупроводникового триода в области насыщения, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 10, 1269.

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
16 X 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
1960 № 7

ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ ТОЛЩИНЫ КОЛЛЕКТОРНОГО $p-n$-ПЕРЕХОДА НА РЕЖИМ ГЕНЕРАТОРА С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ ТРИОДОМ

Л. Н. Капцов

Показано, что усредненная по первой гармонической составляющей напряжения на коллекторе емкость коллекторного перехода увеличивается с ростом амплитуды колебаний. При определенных условиях это обеспечивает мягкий режим генератора почти гармонических колебаний на полупроводниковом триоде с общей базой в диапазоне ультразвуковых и более высоких частот.

ВВЕДЕНИЕ

В опубликованных к настоящему времени работах [1—7], посвященных теории и расчету генераторов почти гармонических колебаний на полупроводниковых триодах, содержится анализ режимов таких генераторов в диапазоне низких частот. Результаты исследований разных авторов показывают, что даже в той области частот, где инерционностью триода можно пренебречь, полупроводниковые генераторы по некоторым свойствам отличаются от ламповых генераторов почти гармонических колебаний. Эти различия в значительной степени определяются существенно нелинейной входной вольтамперной характеристикой, малой величиной входного сопротивления и особенностями режима насыщения полупроводникового триода.

Интересным свойством генераторов на сплавных полупроводниковых триодах является изменение режима автоколебаний с повышением частоты. Если в диапазоне звуковых частот режим генератора на маломощном сплавном триоде (типа П6 и ему подобном) и без специальных цепей автоматического смещения является жестким, то уже на частотах выше 10—50 *кгц* (в зависимости от типа триода и схемы) генератор работает в мягком режиме. При использовании в генераторе мощного триода наблюдается аналогичное явление, однако частотная граница изменения режима может несколько отличаться от указанной. Подчеркнем, что 10—50 *кгц* — это частоты, составляющие менее 0,1 критической частоты передачи тока маломощных сплавных триодов в схеме с общей базой.

Низкочастотная нелинейная теория, построенная без учета реактивных параметров полупроводникового триода, не позволяет объяснить причину изменения режима генератора с повышением частоты и определить нелинейный параметр триода, обеспечивающий установление колебаний в активной области характеристик в диапазоне частот выше звуковых. Знание механизма установления автоколебательного режима существенно для правильной оценки стабильности генератора по частоте и амплитуде, исследования режима синхронизации и в некоторых других случаях. Это позволяет считать, что поставленная в настоящей работе задача дальнейшего расширения нелинейной теории генератора с полупроводниковым триодом имеет практическое значение.

Ниже основное внимание уделяется анализу влияния зависимости толщины коллекторного p — n-перехода триода от приложенного к пере-

ходу напряжения на режим генератора почти гармонических колебаний в диапазоне ультразвуковых частот. При анализе генератора используется квазилинейный метод [8].

1. КВАЗИЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ГЕНЕРАТОРА

Для исследования была избрана схема генератора с трансформаторной обратной связью и колебательным контуром в цепи коллектора при включении триода с общей базой. Эта схема для переменных составляющих токов и напряжений изображена на рис. 1. Обозначения на рисунке являются общепринятыми и не нуждаются в пояснении. В общем случае уравнение колебаний генератора имеет следующий вид (точками обозначена операция дифференцирования по времени):

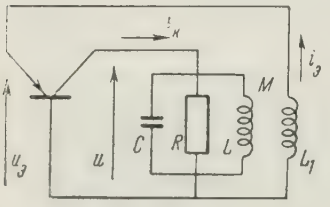


Рис. 1. Схема генератора почти гармонических колебаний

$$\dddot{u} + \frac{1}{KC}\ddot{u} - \frac{1}{C}\dot{i}_k + \frac{L_1}{C(LL_1 - M^2)}\dot{u} - \frac{M}{C(LL_1 - M^2)}\dot{\imath}_э = 0. \qquad (1)$$

Для решения этого уравнения надо исключить из него все неизвестные, кроме одного, что в общем виде является достаточно сложной задачей. Практический интерес представляет случай малого рассеяния магнитного потока в трансформаторе генератора. В этом случае можно считать, что $u_э = u/n$, где $n = L/M$ — коэффициент трансформации трансформатора. Подставляя $u_э = \frac{M}{L}u$ в (1), получим

$$\dddot{u} + \frac{1}{KC}\ddot{u} - \frac{1}{C}\dot{i}_к + \frac{1}{LC}\dot{u} = 0. \qquad (2)$$

Попутно заметим, что уравнение (2) справедливо и для практически менее интересного случая большого рассеяния, когда достаточно строго выполнены неравенства $M^2 \ll LL_1$ и $u \gg M/L_1\ u_э$.

Для решения уравнения (2) необходимо найти аналитическую связь между амплитудами колебаний первых гармонических составляющих (гармоник) напряжения u и тока $i_к$. Надо найти также фазовый сдвиг между первыми гармониками u и $i_к$ и его зависимость от амплитуды колебаний. В линейном приближении ток коллектора $i_к$ и ток эмиттера $i_э$ связаны выражением, полученным из T-образной эквивалентной схемы полупроводникового триода,

$$\alpha' = \frac{\alpha_0 r_к}{r_к + Z_н(1 + j\omega C_к r_к)}, \qquad (3)$$

где $Z_н = R_н + j\omega X_н$ — комплексная нагрузка триода; α_0, $r_к$, $C_к$ — его малосигнальные параметры, соответственно коэффициент передачи тока при $Z_н = 0$, сопротивление и емкость коллекторного перехода. При вычислении выражения (3) сопротивление базы и емкость эмиттерного перехода триода не учитывались. Нетрудно убедиться в том, что в диапазоне ультразвуковых частот такое пренебрежение дает ошибку не более 1%.

При переходе к квазилинейному анализу применимость выражения (3) нуждается в обосновании. Оценка нелинейности параметров типового сплавного триода, проведенная в [5—7], показала, что на низких частотах, где реактивные параметры триода не играют заметной роли, существенное влияние на процесс нарастания колебаний в активной области триода в генераторе оказывает лишь нелинейная зависимость между током $i_э$ и напряжением $u_э$, т. е. нелинейность входной характеристики триода. Это позволяет при переходе к квазилинейному анализу генератора счи-

тать параметры α_0 и $r_к$ в активной области постоянными. Мы полагаем, таким образом, что в рассматриваемом случае связь между первыми гармониками токов $i_э$ и $i_к$ в триоде определяется дифференциальными значениями α_0 и $r_к$ и усредненным по первой гармонике значением емкости коллекторного перехода $C_{к1}$. Законность сделанного допущения находит ниже экспериментальное подтверждение.

Сказанное выше позволяет считать, что

$$\frac{di_к}{dt} = \alpha_1' \frac{di_э}{dt} = \alpha_1' \frac{di_э}{du_э} \frac{du_э}{dt} = \alpha_1' Y_1 \frac{du_э}{dt} = S \frac{du_э}{dt},$$

где α_1' — усредненный по первой гармонике при заданной нагрузке коэффициент передачи тока триода.

Коэффициент S имеет смысл средней крутизны передаточной характеристики полупроводникового триода, аналогичный смыслу средней крутизны динамической сеточной характеристики анодного тока электронной лампы. Зависимость S от амплитуды колебаний принято называть колебательной характеристикой прибора. В рассматриваемом случае коэффициент S распадается на два множителя: коэффициент α_1' и усредненную по первой гармонике величину входной проводимости полупроводникового триода Y_1.

В общем случае как α_1', так и Y_1 являются комплексными величинами. Однако в диапазоне ультразвуковых частот величину Y_1 можно считать вещественной. Коэффициент α_1' при учете $C_к$ является комплексной величиной, имеющей вид

$$\alpha_1' = \frac{\alpha_0 r_к (r_к + R_н - \omega^2 X_н C_{к1} r_к) - j\omega\alpha_0 (r_к X_н + C_{к1} r_к^2 R_н)}{(r_к + R_н - \omega^2 X_н C_{к1} r_к)^2 + \omega^2 (X_н + C_{к1} r_к R_н)^2} = \operatorname{Re}\alpha_1' + j \operatorname{Im}\alpha_1'. \quad (4)$$

читывать при вычислении этого выражения другие реактивные параметры триода в диапазоне ультразвуковых частот смысла не имеет.

Таким образом, уравнение (2) в квазилинейном приближении при сделанных допущениях принимает вид

$$\ddot{u} + \left[\frac{1}{RC} - \frac{1}{C}(Y_1 \operatorname{Re}\alpha_1' + j \operatorname{Im}\alpha_1') \frac{M}{L}\right] \dot{u} + \frac{1}{LC} u = 0.$$

Как $Y_1 \operatorname{Re}\alpha_1'$, так и $\operatorname{Im}\alpha_1'$ являются функциями амплитуды и частоты колебаний. Поэтому при определении зависимости $Y_1 \operatorname{Re}\alpha_1'$ от амплитуды колебаний необходимо учитывать изменение частоты колебаний. Однако в системах с малой нелинейностью задачу можно упростить, пренебрегая в первом приближении изменением мгновенной частоты колебаний в процессе их установления. В этом случае вид зависимости $Y_1 \operatorname{Re}\alpha_1'$ от амплитуды колебаний дает однозначный ответ на вопрос о режиме генератора. Практика показывает, что в пределах активной области для достаточно точной аппроксимации входной характеристики триода относительно рабочей точки необходим полином не ниже третьей степени с положительными коэффициентами [6]. Поэтому зависимость Y_1 от амплитуды колебаний, которую мы назовем входной колебательной характеристикой триода, в активной области всегда имеет вид монотонно нарастающей кривой.

Зависимость $\operatorname{Re}\alpha_1'$ от амплитуды колебаний ниже будет называться колебательной характеристикой передачи тока. Для анализа этой зависимости целесообразно учесть, что в диапазоне ультразвуковых частот на практике всегда достаточно строго выполняются следующие неравенства:

$$R_н \ll r_к, \quad \omega^2 X_н C_к \ll 1,$$

поэтому

$$\operatorname{Re}\alpha_1' \simeq \frac{\alpha_0}{1+\omega^2\left(\frac{X_н}{r_к}+C_{к1}R_н\right)^2}. \quad (5)$$

При выполнении условия $X_н \ll r_к$ можно получить еще более простое выражение

$$\operatorname{Re}\alpha_1' \simeq \frac{\alpha_0}{1+\omega^2 C_{к1}^2 R_н^2}. \quad (6)$$

Заметим, что учет реактивной части нагрузки генератора при незначительном изменении частоты колебаний в процессе их установления не может изменить вида колебательной характеристики передачи тока, для определения которого при сделанных допущениях осталось установить характер зависимости $C_{к1}$ от амплитуды колебаний.

Известно, что емкость коллекторного перехода состоит из статической емкости $C_с$ обедненного зарядом слоя и диффузионной емкости $C_д$. Толщина обедненного слоя коллекторного перехода зависит практически лишь от приложенного к переходу напряжения. Поэтому при вычислении усредненного по первой гармонике значения $C_{с1}$ емкости $C_с$ надо учитывать только первую гармонику этого напряжения. В отличие от этого при вычислении усредненного по первой гармонике значения $C_{д1}$ диффузионной емкости $C_д$ надо учитывать как первую гармонику напряжения на коллекторе, так и первую гармонику тока эмиттера, в силу зависимости C от этого тока. Вычисления $C_{с1}$ для перехода со скачкообразным изменением типа проводимости (типа Шоттки), толщина которого пропорциональна квадратному корню от приложенного напряжения [7], дают следующий результат:

$$C_{с1} = C_{с0}[1 + 0{,}188\,k^2 + 0{,}103\,k^4 + \ldots], \quad (7)$$

где $C_{с0}$ — статическая дифференциальная емкость коллекторного перехода в рабочей точке при постоянном напряжении на переходе u_0; $k = u_1/u_0$; u_1 — амплитуда первой гармоники напряжения на коллекторе. Выражение (7) для $C_{с1}$ ранее вычислялось в [9]. Однако в этой работе допущена погрешность при определении коэффициента при k^4.

Выражение для $C_{д1}$, полученное для аналогичного перехода, имеет вид

$$C_{д1} = C_{д0}[1 + 0{,}188\,k^2 + 0{,}103\,k^4 + 0{,}25\,kk_э + 0{,}177\,k^3k_э + \ldots], \quad (8)$$

где $C_{д0}$ — дифференциальное значение диффузионной емкости коллекторного перехода в рабочей точке при напряжении u_0 и постоянном токе эмиттера i_0; $k_э = i_{э1}/i_0$; $i_{э1}$ — амплитуда первой гармоники колебаний тока эмиттера.

Соотношения (7) и (8) показывают, что с ростом амплитуды колебаний усредненная емкость коллекторного перехода увеличивается. Поэтому, согласно (5) и (6), колебательная характеристика передачи тока триода является монотонно падающей кривой, наклон которой с ростом частоты увеличивается (по абсолютной величине).

Таким образом, на низких частотах ($\omega \ll 1/C_{к1}r_к$) вид колебательной характеристики триода $S = S(u_1)$ определяется его входной колебательной характеристикой и является поэтому в активной области монотонно нарастающей кривой, что соответствует жесткому режиму генератора. С увеличением частоты колебаний все бо́льшее значение приобретает колебательная характеристика передачи тока, что и вызывает изменение режима генератора.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ВЫВОДОВ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ

Экспериментальное исследование вида нелинейности входных вольтамперных характеристик типовых полупроводниковых триодов, проведенное в [3, 6], достаточно для определения характера зависимости Y_1 от амплитуды колебаний. Поэтому в настоящей работе мы ограничимся экспериментальным определением колебательных характеристик передачи тока полупроводникового триода и сравним их с расчетными.

Для сопоставления расчетных и экспериментальных данных необходимо прежде всего убедиться в справедливости соотношений (7) и (8). Результаты экспериментальной проверки соотношения (7) представлены на рис. 2, где сплошная кривая вычислена по (7), а темными кружками отмечены значения C_{c1}, измеренные при токе $i_0 = 0$. Измерения проводились методом замещения при помощи куметра КВ-1. Каждое значение C_{c1} для повышения точности получено как среднее из не менее пяти измерений. Аналогичные представленным на рис. 2 результаты были получены для большого числа триодов разных типов. Во всех случаях теоретические значения C_{c1} несколько превосходят экспериментальные, однако не более чем на 10%. Отчасти такое расхождение объясняется наличием паразитной емкости $C_п$ между выводами коллектор — база, величина которой не зависит от приложенного напряжения (например емкостью между выводными контактами). Во всех случаях, однако, требующееся для хорошего совпадения теории с экспериментом значение $C_п$ слишком велико (5—10 $n\phi$). Для приведенного примера расчетная кривая при $C_п = 7{,}6$ $n\phi$ дана на рис. 2 пунктиром.

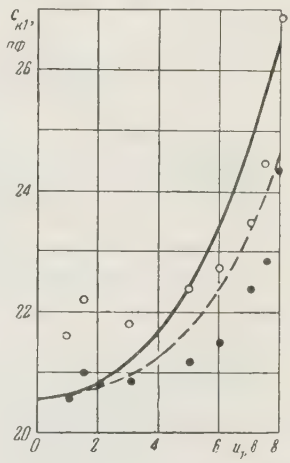


Рис. 2. Кривые зависимости среднего значения емкости коллекторного перехода триода П6Г от амплитуды колебаний

Ввиду малой величины диффузионной емкости экспериментальная проверка выражения (8) при использованном методе измерения не могла быть проведена. Кроме того, при таком измерении необходимо было бы определить соотношение между i_1 и u_1, зависящее от схемы генератора. Эксперимент показывает, что ход кривых зависимости $C_{к1}$ от u_1 при токе $i_0 = 0$ ($C_{к1} = C_{c1}$) и $i_0 \neq 0$ ($C_{к1} = C_{c1} + C_{д1}$) аналогичен. На рис. 2 светлыми кружками даны экспериментальные значения $C_{к1}$ при постоянной составляющей тока эмиттера $i_0 = 1$ *ма* и амплитуде колебаний $i_1 \simeq 0{,}3$ *ма*.

Полученные результаты позволяют считать соотношение (7) справедливым и пользоваться им при вычислении колебательной характеристики передачи тока. Изменение $C_{д1}$ с амплитудой колебаний целесообразно приближенно оценивать по выражению (7), что и было сделано ниже.

Для проверки соотношения (4) на различных частотах измерялась зависимость модуля коэффициента α_1', т. е. отношения первой гармоники тока коллектора к первой гармонике тока эмиттера, от амплитуды колебаний: $|\alpha_1'| = f(u_1)$ в активной области триода. Измеренные величины $|\alpha_1'|$ сопоставлялись с расчетными значениями, вычисленными из следующего соотношения:

$$|\alpha_1'| = \frac{\alpha_0}{\sqrt{(1 - \omega^2 X_н C_{к1})^2 + \omega^2 C_{к1}^2 R_н}}. \qquad (9)$$

Это соотношение при сделанных выше предположениях легко вычисляется из (4).

Вычисленные на основании (9) зависимости $|\alpha_1'| = f(u_1)$ триода П6Г при нагрузке в коллекторной цепи, равной 43 *ком*, постоянном напряжении на коллекторе $u_0 = -8$ *в* и токе $i_0 = 1$ *ма* представлены на рис. 3 в виде сплошных кривых. Кривые *3*, *4* и *5* получены соответственно для частот колебаний 40; 60 и 100 *кгц*. На этом же рисунке пунктирными кривыми представлены зависимости $|\alpha_1'| = f(u_1)$, измеренные экспериментально. Кривые *1* и *2* сняты на частотах колебаний 0,2 и 20 *кгц*. Совершенно аналогичные результаты были получены и для большого числа маломощных триодов других типов. Качественное совпадение экспериментальных и расчетных кривых рис. 3, вид которых подтверждает выводы квазилинейной теории, не вызывает сомнения. Однако более сильное уменьшение с ростом u_1 экспериментального значения $|\alpha_1'|$ по сравнению с уменьшением расчетного наблюдавшееся во всех измерениях, необходимо объяснить.

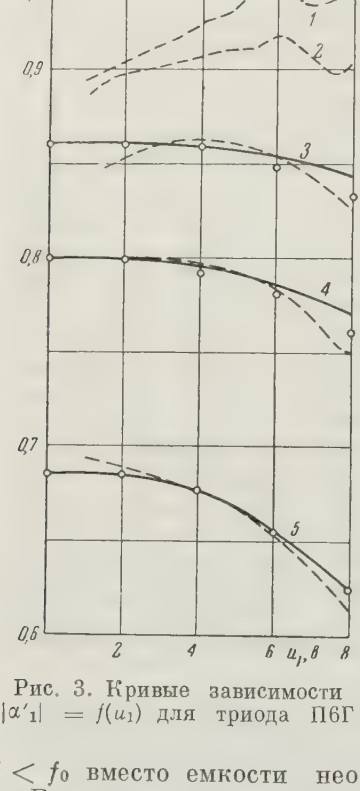


Рис. 3. Кривые зависимости $|\alpha'_1| = f(u_1)$ для триода П6Г

Расчет показывает, что в некотором диапазоне частот относительно малая величина реактивной части нагрузки триода существенно влияет на вид колебательных характеристик передачи тока. В общем случае частота автоколебаний f генератора всегда несколько отличается от собственной частоты его колебательного контура f_0. При $f > f_0$ нагрузка триода в генераторной схеме имеет емкостной характер. В этом случае колебательную характеристику следует снимать при включенных параллельно в коллекторную цепь сопротивлении $R'_н$ и емкости $C_н$, величины которых легко рассчитываются. При $f < f_0$ вместо емкости необходимо включить индуктивность.

В настоящей работе подробно рассмотрен первый случай. В этом случае входящие в (9) величины $X_н$ и $R_н$ выражаются следующими соотношениями:

$$X_н = -\frac{C_н R'^2_н}{1 + \omega^2 C^2_н R'^2_н}, \tag{10}$$

$$R_н = \frac{R'_н}{1 + \omega^2 C^2_н R'^2_н}. \tag{11}$$

Согласно (10) величина $X_н$ отрицательна и знаменатель (9) с увеличением $C_{к1}$ растет быстрее, чем при $X_н = 0$. В результате этого зависимость $|\alpha_1'|$ от амплитуды колебаний усиливается. Аналогичные вычисления показывают, что при индуктивном характере нагрузки эта зависимость уменьшается.

Так как в диапазоне частот до ~ 100 *кгц* при $C_н$ порядка нескольких десятков пикофарад и $R_н \simeq 10 \div 50$ *ком* величины $R_н$ и $R'_н$ различаются мало, то значение емкости $C_н = C_0$, при котором зависимость $|\alpha_1'|$ от амплитуды колебаний данной частоты наиболее сильная, примерно соответствует максимальной абсолютной величине $X_н$. Не учитывая в пер-

ом приближении изменения емкости $C_{к1}$, получим для C_0 выражение

$$C_0 = C_{к1}\left(\sqrt{1+\frac{1}{\omega^2 R'^2_{н} C^2_{к1}}}-1\right). \qquad (12)$$

Вернемся теперь к анализу результатов эксперимента. При снятии экспе-ментальных кривых рис. 3 шунтирующая активную нагрузку коллек-ра емкость $C_н$ равнялась 30 *пф*. Для оценки влияния этой емкости на д колебательных характеристик целесооб-зно вычислить по формуле (12) частотную висимость C_0 для минимального значения д, равного дифференциальной емкости кол-кторного перехода $C_{мин}$, и максимального ачения $C_{к1} = C_{макс}$, соответствующего амп-итуде колебаний $u_1 = u_0$. Результаты вы-сления для триода П6Г даны на рис. 4. ривая *1* получена для $C_{макс}$, кривая *2* — я $C_{мин}$. Прямая, параллельная оси абсцисс, роведена на уровне $C_0 = C_н$.

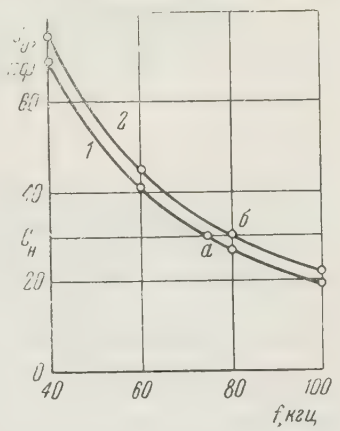


Рис. 4. Графическое определение частотной области максимальной зависимости $|\alpha'_1|$ от емкостной части нагрузки триода

Влияние $C_н$ на вид зависимости $|\alpha'_1| = f(u_1)$ ксимально вблизи точек пересечения *а* и *б*. днако справа от точки *б* поправка за счет с ростом амплитуды колебаний умень-ется, так как значение C_0 уходит в этом учае от $C_н$. Слева от точки *а* наблюдается братная картина. Это позволяет сделать вод о том, что учет $C_н$ при построении четных кривых рис. 3 наиболее сильно жется на частотах $\sim 60 \div 80$ *кгц*, что и блюдается в действительности. На рис. 3 кружками обозначены четные значения $|\alpha'_1|$, полученные при $R'_н = 43$ *ком* и $C_н = 30$ *пф*. Необ-имая для расчета $|\alpha'_1|$ величина α_0 выбиралась так, чтобы совместить четные и экспериментальные кривые при $u_1 = 0$. Такой выбор значе-я α_0 уменьшает влияние абсолютной ошибки в измерении α'_1 на на-дность результатов и оправдан тем, что основной задачей работы тялось исследование причин, вызывающих изменение величин $|\alpha'_1|$ и α'_1 с амплитудой колебаний. Как видно из рисунка, расчетные вели-ы $|\alpha'_1|$, полученные с учетом реактивной части нагрузки, отличаются измеренных не более чем на 2%.

Таким образом, вид колебательных характеристик передачи тока омощных сплавных триодов в рассматриваемом диапазоне частот сновном определяется зависимостью $C_{к1}$ от амплитуды колебаний. я определения режима генератора необходимо знать зависимость $S = S(u_1)$. я каждой частоты колебаний эта зависимость без труда может быть учена путем перемножения соответствующих одной и той же амплиту-колебаний значений Y_1 и $\mathrm{Re}\,\alpha'_1$. При этом надо знать соотношение между и u_1 в рассматриваемой генераторной схеме. Естественно, что такое строение будет справедливо лишь в той области частот, где реактив-я частью входной проводимости триода можно пренебречь. Увеличе-наклона кривых рис. 3 объясняет причину изменения режима гене-ора с ростом частоты автоколебаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты работы позволяют сделать следующие выводы.

. Основным нелинейным параметром полупроводникового триода, деляющим режим генератора почти гармонических колебаний на

низких частотах, является нелинейная входная проводимость триода. С ростом частоты автоколебаний роль этого параметра уменьшается и все бо́льшее значение приобретает зависимость толщины коллекторного перехода триода от приложенного к переходу напряжения, которая обеспечивает изменение режима генератора.

2. Переход к мягкому режиму в генераторах с емкостной нагрузкой осуществляется на более низких частотах, чем в генераторах с индуктивной нагрузкой при прочих равных условиях.

3. При применении в генераторе с трансформаторной обратной связью и контуром в цепи коллектора маломощных триодов серии П6 и им подобных переход к мягкому режиму имеет место в диапазоне ультразвуковых частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Л. Кунина, И. А. Попов, Б. Н. Хохлов, И. М. Шевелев, Расчет генератора на кристаллическом триоде, Сб. Полупроводниковые приборы и их применение, вып. 1, Изд. Советское радио, 1956, стр. 433.
2. G. Raabe, Bestimmung des stationären Schwingungszustandes von Transistorschwingkreisen, Nachrichtentechnik, 1956, 6, 7, 295.
3. Л. Н. Капцов, Некоторые особенности автогенераторов на полупроводниковых триодах, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 9, 1127.
4. С. И. Евтянов, О. А. Челноков, Исследование автогенератора на кристаллическом триоде, НДВШ (Радиотехника и электроника), 1958, 1, 102.
5. А. Н. Бажан, Л. Н. Капцов, Генератор на полупроводниковом триоде с ограничением колебаний в области насыщения, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 9, 1549.
6. Л. Н. Капцов, К. Я. Сенаторов, О. И. Поплавская, К вопросу об установлении колебаний в генераторах на полупроводниковых триодах, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 9, 1557.
7. Ю. М. Азьян, Г. Н. Берестовский, Л. Н. Капцов, К. С. Ржекин, К. Я. Сенаторов, Полупроводниковые триоды в регенеративных схемах, под. ред. В. В. Мигулина, ГЭИ, 1959.
8. Ю. Б. Кобзарев, О квазилинейном методе трактовки явлений в ламповом генераторе (почти синусоидальных колебаний), ЖТФ, 1935, 5, 216.
9. В. И. Самойленко, Особенности работы полупроводниковых диодов и триодов при больших напряжениях, Оборонгиз, 1959.

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
7 X 1959

9 6 0 № 7

МАКЕТ ЦЕЗИЕВОГО СТАНДАРТА ЧАСТОТЫ

М. Е. Жаботинский, Л. В. Левкин, Е. И. Сверчков, В. Р. Фетисова

Дается краткое описание макета цезиевого стандарта частоты, построенного в ИРЭ АН СССР.

Развитие техники позволило поставить вопрос о целесообразности ведения нового эталона частоты (времени), основанного на спектральной линии, расположенной в радиодиапазоне. Выбор спектральной линии бусловлен выполнением ряда требований, из которых наиболее существенными являются: а) минимальная зависимость резонансной частоты т внешних факторов и параметров установки, б) минимальная ширина пектральной линии, в) простота, надежность и устойчивость установки ри весьма продолжительной работе, г) воспроизводимость.

В настоящее время известны два типа приборов, могущие служить новой для разработки будущего эталона. Это молекулярный генератор пучком молекул аммиака [1, 2] и атомный стандарт частоты с пучком томов цезия [3, 4, 5, 6].

XII Генеральная Ассамблея Международного научного радиосоюза приняла рекомендацию о желательности сравнения этих приборов между собой и с данными астрономической службы времени.

В настоящее время уже опубликован ряд результатов такого сравнения равнение цезиевого стандарта с секундой солнечного времени [7] и секундой эфемеридного времени [8]; сравнение цезиевого стандарта Национальной физической лаборатории (Теддингтон, Англия) с цезиевым стандартом «Атомихрон» [9]; сравнение молекулярного генератора с цезиевым стандартом [10] и астрономическим временем [11]). Все эти исследования, за исключением [9], проводились при помощи радиосвязи, вносившей дополнительные погрешности.

Нашей задачей является организация сравнения молекулярного генератора с цезиевым стандартом в пределах одной лаборатории.

С этой целью нами созданы два макета атомного стандарта частоты пучком атомов цезия. Ниже дается краткое описание этих макетов.

Теория и техника магнитного резонансного метода в настоящее время хорошо разработаны и достаточно полно описаны в монографии [12].

В нашей установке используется наличие сверхтонкой структуры в оптическом спектре атома цезия, которая обуславливает существование двух близко расположенных уровней, переходы между которыми происходят на частоте около 9192 *Мгц*. В слабом магнитном поле эти уровни подвержены зеемановскому расщеплению. Выражение для энергии атома, находящегося в слабом магнитном поле H_0, имеет вид

$$W = -\frac{\Delta W}{2(2I+1)} - \frac{\mu_I}{I} H_0 m \pm \frac{\Delta W}{2}\sqrt{1+\frac{4m}{2I+1}x+x^2}, \qquad (1)$$

где $\Delta W = hf_0$ — разница энергий между двумя уровнями сверхтонкой структуры; m — магнитное квантовое число; μ_j и μ_I — магнитные моменты электрона и ядра соответственно; $j = 1/2$.

Для цезия $I = 7/2$;

$$x = \left(-\frac{\mu_j}{j} + \frac{\mu_I}{I}\right)\frac{H_0}{\Delta W}.$$

Согласно (1) энергия, а следовательно, и частота перехода будут изменяться с изменением величины поля H_0, однако для $m = 0$ и малых H_0 эти изменения невелики:

$$f = \frac{W(4,0) - W(3,0)}{h} = f_0\left(1 + \frac{1}{2}x^2\right).$$

Для атома цезия частота перехода равна

$$f = 9192{,}831 + 0{,}000427H_0^2 \text{ Мгц}.$$

Устройство наших установок схематически изображено на рис. 1. Установка представляет собой медную трубку диаметром 12 *мм*, длиной

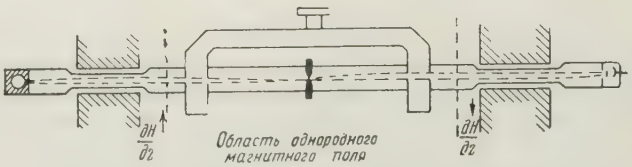


Рис. 1. Схематическое изображение установки

1200 *мм*, в которой поддерживается высокий вакуум. С одного конца трубки впаян источник пучка атомов цезия. Для уменьшения расхода цезия источник имеет узкую щель, состоящую из длинных тонких каналов. Каналы образованы листками гофрированной фольги, аналогично конструкции, описанной в [4]. Кривая углового распределения пучка от источника с такой щелью показана на рис. 2. С другого конца трубки установлен индикатор пучка. Посредине трубки впаяно тонкое медное кольцо, несущее коллиматорную диафрагму. Как видно из рис. 1, в разрезы трубки впаян U-образный резонатор, в котором возбуждено поле типа H_{01n} резонансной частоты. Медная трубка между резонатором и индикатором, а также между резонатором и источником имеет 6-*мм* перетяжки, позволяющие поместить их в пространство между полюсными наконечниками отклоняющих магнитов, имеющими форму эквипотенциальных поверхностей двухпроводной линии. В качестве отклоняющих магнитов применены постоянные магниты. Однородное магнитное поле создается за счет полей рассеяния отклоняющих магнитов. Область постоянного магнитного поля и резонаторы защищены магнитным экраном. Неоднородность магнитного поля внутри этого экрана не превышает 0,1 *эрс*.

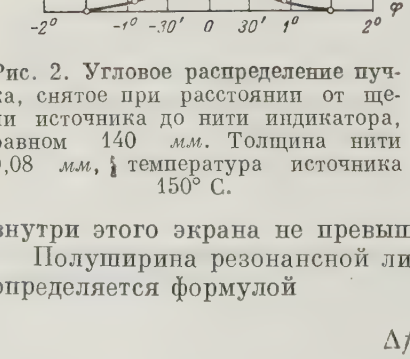


Рис. 2. Угловое распределение пучка, снятое при расстоянии от щели источника до нити индикатора, равном 140 *мм*. Толщина нити 0,08 *мм*, температура источника 150° С.

Полуширина резонансной линии, получаемой в подобных установках, определяется формулой

$$\Delta f = 0{,}65\frac{V_в}{l},$$

где $V_в$ — наиболее вероятная скорость атома в пучке; l — расстояние

ежду двумя осциллирующими полями. В нашей установке $l = 430$ *мм*. Для наблюдения линии нами был изготовлен радиоспектроскоп, блок-хема которого приведена на рис. 3.

Как видно из блок-схемы, сигнал от кварцевого генератора (7,09307 *Мгц*) одается на ламповый умножитель частоты, сигнал от которого 1532,105 *Мгц*) подводится к умно-ителю частоты, работающему на тражательном клистроне [13]. На выходе этого умножителя по-учается частота 9192,631 *Мгц* ри мощности около 0,3 *мвт*.

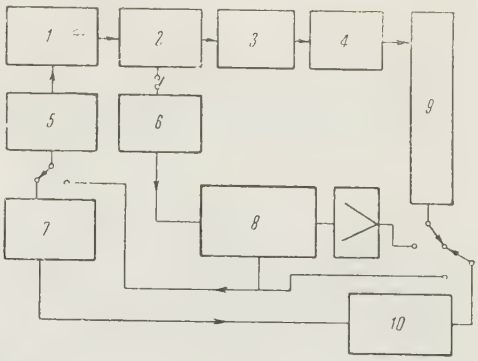


Рис. 3. Блок-схема радиоспектроскопа: *1*—кварцевый генератор; *2*—фазовый модулятор; *3*—ламповый умножитель частоты; *4*—умножитель на отражательном клистроне; *5*—реактивная лампа; *6* — *RC*-генератор 30 *гц*; *7* — генератор пилообразного напряжения; *8* — синхронный детектор; *9* — трубка с пучком атомов цезия; *10* — осциллограф

Уровень боковых полос в вы-окочастотном колебании, питаю-щем резонаторы, по крайней мере а 70 *дб* ниже уровня несущей. то обеспечено применением но-ой схемы умножителей частоты, азработанной в нашем Институте [4]. Применением этой схемы мы редполагаем уменьшить погреш-ости, вводимые радиочастотной хемой прибора «Атомихрон», а озможно и схемой, примененной [15]. При наблюдении спек-ральной линии частоту кварцево-генератора можно весьма мед-енно изменять в небольших ределах при помощи реактивной лампы, на сетку которой подается илообразное напряжение. При этом сигнал с выхода индикаторного кас-да подается на осциллограф, на экране которого фиксируется спект-

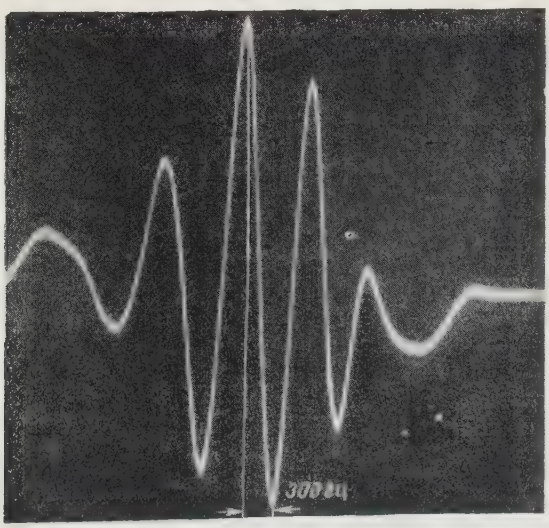


Рис. 4. Дискриминационная кривая

ьная линия. Ширина спектральной линии составляет 300 *гц*, отно-ение сигнал/шум около 100. Осциллограмма дискриминационной кри-приведена на рис. 4.

Установка может работать также в режиме автоподстройки частоты. При этом включается система фазовой модуляции и синхронного детектирования, а выходной сигнал синхронного детектора подается на реактивную лампу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Г. Басов, А. М. Прохоров, ЖЭТФ, 1954, 27, 4(10), 431.
2. T. P. Gordon, H. T. Zeiger, C. H. Townes, Phys. Rev. 1954, 95, 1, 282.
3. H. Lyons, Ann. N. Y. Acad. Sci., 1952, 55, 831.
4. J. G. King, J. R. Zacharias, Advances in Electronics and Electron Phys., 1956, 8, 20.
5. L. Essen, J. V. L. Parry, Philos. Trans. Roy. Soc. London A, 1957, 250, 8, 45.
6. W. A. Mainberger, Electronics, 1958, 31, 45, 80.
7. L. Essen a. oth., Nature, 1958, 181, 4615, 1054.
8. W. Markowitz, R. G. Hall, L. Essen, J. V. L. Parry, Phys. Rev. Lett., 1958, 1, 3, 105.
9. J. Halloway, W. A. Mainberger, F. H. Reder, C. M. R. Winkler, L. Essen, J. V. L. Parry, Proc. I. R. E., 1959, 47, 10, 1730.
10. J. P. Blaser, J. Bonanomi, Nature, 1958, 182, 4639, 859.
11. J. P. Blaser, J. de Prins, Nature, 1958, 182, 4639, 859.
12. N. F. Ramsey, Molecular beams, Oxford at the clarendon Press, 1956.
13. Е. Н. Базаров, М. Е. Жаботинский, Е. И. Сверчков, Радиотехника, 1960, 15, 2, 75.
14. Ю. Л. Свердлов, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 7, 954.
15. L. Essen, E. G. Hope, J. V. L. Parry, Proc. Instn. Electr. Engrs, 1959, 106,B, 26, 240.

Поступила в редакцию
3 I 1960

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
1960 № 7

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭНТРОПИЙНАЯ МОЩНОСТЬ УЗКОПОЛОСНОГО ШУМА С ОГРАНИЧЕННОЙ АМПЛИТУДОЙ

Л. М. Финк, Н. И. Ковалев

При прохождении узкополосного гауссового шума через безынерционный ограничитель спектр его, как известно, существенно расширяется. Однако в реальных схемах передающих и приемных устройств на выходе ограничителя обычно включена узкополосная резонансная система. Эти ограничители проектируются в большинстве случаев таким образом, что на их выходе получаются «почти гармонические» колебания с переменными амплитудой и фазой, но величина амплитуды не превышает определенного значения (уровня ограничения).

В литературе приводятся выражения для функции распределения вероятностей значений шума, прошедшего через безынерционный ограничитель. Для решения некоторых задач необходимо знать распределение вероятностей значений колебания, возникшего при прохождении гауссового шума через усилительные каскады передатчика с ограниченной мощностью, причем нагрузка передатчика является резонансной. Зная это распределение, можно вычислить дифференциальную энтропию такого шума. В частности, при ограничении амплитуды однополосного радиотелефонного сигнала, исходное распределение вероятностей которого можно приближенно считать нормальным, полученное значение энтропии может явиться косвенной оценкой информационного содержания такого ограниченного сигнала.

К вычислению искомого распределения вероятностей можно подойти следующим образом. Узкополосный гауссов шум, который имел бы место в случае отсутствия ограничения, можно представить в следующей форме:

$$u(t) = r(t)\sin[\theta(t)], \tag{1}$$

где $r(t)$ — случайный процесс с релеевским распределением вероятностей; $\theta(t) = \omega t + \varphi(t)$ — случайный процесс с равномерным распределением в интервале $(-\pi, +\pi)$; $r(t)$ и $\theta(t)$ — независимы.

Действие ограничителя с резонансной нагрузкой аппроксимируем следующим образом.

При $r \leqslant A$ (A — уровень ограничения) шум проходит без искажения и выходное напряжение $x(t) = u$.

При $r > A$ ограничивается амплитуда шума до уровня A, но фаза колебания сохраняется, т. е. в этом случае $x(t) = A\sin[\theta(t)]$.

Функция распределения случайной величины x может быть записана следующим образом:

$$F(x) = \int\int w_r(r)\, w_\theta(\theta)\, dr\, d\theta, \tag{2}$$

где w_r и w_θ — соответственно плотности вероятностей для r и θ, а пределы интегрирования должны быть определены так, чтобы туда вошли значения r и θ, удовлетворяющие условиям

$$\begin{aligned} &r\sin\theta < x, \quad \text{если } r \leqslant A, \\ &A\sin\theta < x, \quad \text{если } r > A. \end{aligned} \tag{3}$$

Подставив в (2) значения плотностей вероятностей

$$\left.\begin{aligned} w_r(r) &= \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (r \geqslant 0), \\ w_\theta(\theta) &= \frac{1}{2\pi} \quad (-\pi \leqslant \theta \leqslant +\pi) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

произведя частичное интегрирование в пределах, определяемых неравенствами (3)

получим

$$F(x) = 1 - \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\arcsin\frac{x}{A}}^{\pi-\arcsin\frac{x}{A}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2 \sin^2\theta}\right) d\theta, \tag{5}$$

где σ^2 — величина, пропорциональная мощности шума до ограничения.

Для вычисления плотности вероятностей значений колебания на выходе узкополосного фильтра продифференцируем (5) по x. В результате получим

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \Phi\left(\frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{\sigma}\right) + \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}. \tag{6}$$

Если уровень ограничения A стремится к бесконечности, полученная плотность вероятности приближается к нормальной, как и следует для неограниченного шума:

$$\lim_{A\to\infty} w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}. \tag{7}$$

Если же при заданном значении A величина σ стремится к бесконечности, то получается плотность вероятности для шума с предельно ограниченной (клиппированной) амплитудой:

$$\lim_{\sigma\to\infty} w(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}}. \tag{8}$$

Пользуясь известным выражением для дифференциальной энтропии $H = -\int\limits_{-\infty}^{\infty} w(x) \ln w(x)\, dx$ и выведенной формулой (6), можно методами численного интегрирования вычислить энтропию шума, прошедшего через линейный тракт передатчика с ограниченной пиковой мощностью.

Для случая $A \ll \sigma$ можно получить и приближенное аналитическое выражение для энтропии. При этом условии, учитывая, что всегда $x \leqslant A$, можно положить

$$e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \simeq 1, \quad \Phi\left(\frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{\sigma}\right) \simeq \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{\sigma}.$$

Тогда

$$w(x) \simeq \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma^2} + \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} \quad (x < A), \ (A \ll \sigma). \tag{9}$$

В полученном выражении второй член значительно превосходит первый. Поэтому для вычисления логарифма $\ln w(x)$ можно воспользоваться следующим приближенным выражением: при $b \gg a$

$$\ln(a + b) = \ln b\left(1 + \frac{a}{b}\right) \simeq \ln b + \frac{a}{b}, \tag{10}$$

отсюда

$$\ln w(x) \simeq -\ln\pi - \frac{1}{2}\ln(A^2 - x^2) - \frac{A^2}{2\sigma^2} + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{(A^2 - x^2)}{\sigma^2} e^{\frac{A^2}{2\sigma^2}}. \tag{11}$$

Тогда приближенное значение дифференциальной энтропии равно

$$H \simeq \int\limits_{-A}^{A} w(x)\left(\ln\pi + \frac{A_2}{2\sigma^2}\right) dx +$$

$$+ \int\limits_{-A}^{A} \left(\frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma^2} + \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}\right)\left[\frac{1}{2}\ln(A^2 - x^2)\right] dx -$$

$$\int\limits_{-A}^{A} \left(\frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma^2} + \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}\right)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{(A^2 - x^2)}{\sigma^2} e^{\frac{A^2}{2\sigma^2}} dx \simeq$$

$$\simeq \ln\frac{\pi A}{2} - \frac{A^2}{2\sigma^2}(1 + \ln 2)\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} - 1\right). \tag{12}$$

ля случая, когда условие $A \ll \sigma$ не выполняется, энтропия вычислялась численным нтегрированием по формуле Симпсона.

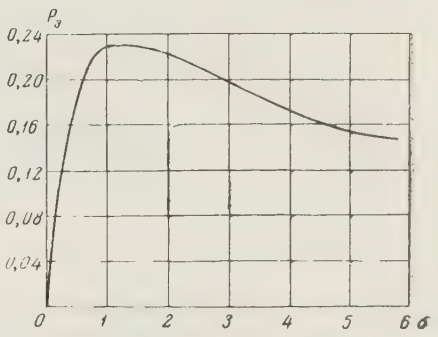
В представленной таблице даны полученные значения дифференциальной энтропии граниченного шума H для различных значений σ при $A = 1$.

Таблица

σ	0,5	0,75	1	1,25	1,5	2
H	0,572	0,604	0,690	0,689	0,686	0,664

Из таблицы видно, что при заданном значении A максимальной энтропией обла- ает шум, среднее квадратичное значение которого близко к уровню ограничения $\simeq A$).

Полученная величина H является энт- опией на степень свободы. Но, поскольку ирина спектра ограниченного шума на зонансной нагрузке ограничителя прибли- ительно такая же, как и на входе ог- аничителя, можно считать приближенно, о число степеней свободы при инерцион- м ограничении почти не изменяется и нтропия H, или энтропийная мощность $= \frac{1}{2\pi e} e^{2H}$, характеризует информацион- е содержание процесса на выходе такого раничителя.



На рисунке дана зависимость энтро- йной мощности шума, прошедшего через ерционный ограничитель с уровнем огра- чения, равным единице, от среднего квад- атичного значения исходного шума σ.

Полученные результаты показывают, что энтропийная мощность ограниченного ума с заданным уровнем ограничения амплитуды имеет максимальное значение, гда ограничение происходит на уровне, близком к среднему квадратичному значе- ю исходного шума ($\sigma \simeq A$). Эта максимальная энтропийная мощность равна 0,233 A^2, о очень близко к энтропийной мощности при равновероятном распределении, кото- ая, как известно, является максимальной возможной для случайного процесса с раниченной пиковой мощностью.

Поступило в редакцию
24 XII 1959

ГИБРИДНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ НА ЛИНИЯХ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Д. И. Мировицкий, Г. Г. Валеев

В настоящем сообщении приводятся результаты экспериментального исследова- я нескольких макетов двойного тройника, выполненных на разветвителях поверх- стной волны [1].

Принцип действия гибридных соединений на линиях поверхностной волны [2] нован на том, что в плечах *2* и *3* разветвителя в *H*-плоскости, схема которого по-

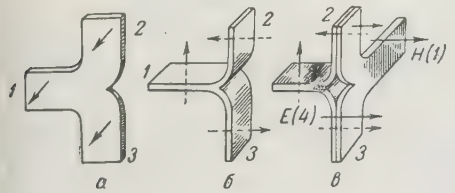


Рис. 1. Схемы диэлектрических разветвителей и двойного тройника на линиях поверхностной волны

зана на рис. 1, *а*, имеет место синфазное, а для соответствующих плеч *E*-разветвите- (рис. 1, *б*)— противофазное разделение сигнала, поступающего из плеча *1*. Поэтому и *H*-разветвители, совмещенные, согласно рис. 1, *в*, плечами *2* и *3* по широким сто- нам диэлектрических стержней, образуют двойной тройник. Совмещение плеч *2* и *3* жет производиться и по узким сторонам стержней.

Участки стержней с переменным сечением, на которых плечи двух разветвителей, соединяясь между собой, образуют плечи двойного тройника, а также 90-градусные изгибы, должны быть, во избежание скачков волновых сопротивлений, выполнены достаточно плавными. При этом входной коэффициент стоячей волны со стороны любого плеча двойного тройника будет, в отличие от двойного тройника на металлических волноводах, близок к единице в широком диапазоне волн.

Рис. 2. Общий вид макетов диэлектрических двойных тройников

На рис. 2 показаны исследованные макеты двойных тройников. Макет № 1 изготовлен из стержней метилметакрилата сечением $(0{,}88 \times 0{,}32)\ \lambda_0$ с изгибами радиусом $4\lambda_0$. Свободные торцы стержней (вводимые в волноводы) скошены по широкой стенке диэлектрического волновода на 5-градусный клин. Макет № 2 изготовлен из стержней полистирола сечением $(0{,}8 \times 0{,}8)\ \lambda_0$ с изгибами радиусом $4\lambda_0$; макет № 3 отличается меньшими радиусами изгибов $(2\lambda_0)$.

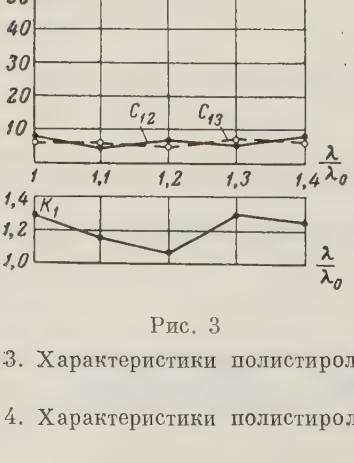


Рис. 3

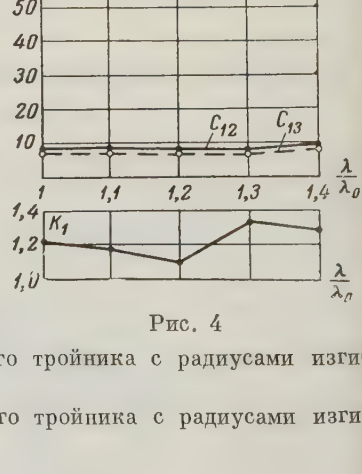


Рис. 4

Рис. 3. Характеристики полистиролового двойного тройника с радиусами изгибов, равными $4\lambda_0$

Рис. 4. Характеристики полистиролового двойного тройника с радиусами изгибов, равными $2\lambda_0$

Исследование макетов производилось на автоматическом измерителе стоячей волны в диапазоне $(1—1{,}4)\ \lambda_0$, с применением калиброванного аттенюатора на 50 *дб*. Измерялись входные коэффициенты стоячей волны K_m и коэффициенты связи C_{mn} от каждого плеча последовательно к трем остальным. Результаты измерений приведены на рис. 3 и 4, где для единообразия записи плечи H и E двойного тройника обозначе-

ы *1* и *4*. Таким образом, например, кривая $C_{14} = 10 \lg \frac{P_1}{P_4}$ характеризует изоляцию ежду плечами *H* и *E* двойного тройника, включенными, соответственно, на генератор детектор, и плечами *2* и *3* — на согласованные нагрузки. Кривая $C_{13} = 10 \lg \frac{P_1}{P_3}$ арактеризует связь между *H*-плечом и боковым плечом *3* тройника при согласованных агрузках в плечах *2* и *E*. Кривая K_1 характеризует КСВН *H*-плеча, подключенного к генератору, при согласованных нагрузках в трех других плечах.

Согласно полученным результатам, изоляция между плечами *E* и *H* макета 3 в непрерывном диапазоне (1—1,4) λ_0 превышает 54 *дб*; с укорочением волны 0,7 λ_0 имело место лишь незначительное ухудшение изоляции. Следует отметить, го при проведении измерений величина изоляции плеч *E* и *H* макетов моста в ря- случаев превышала возможность измерительной схемы.

Недостаточно тщательное изготовление макетов (разброс размеров сечений раз- ых плеч достигал 2 *мм*, а углы между стержнями выдерживались с точностью $\pm 3°$) ривело к появлению асимметрии боковых плеч, достигающей при делении мощности, ступающей из *H*-плеча, $\pm 1{,}2$ *дб*. При включе- ии генератора в *E*-плечо асимметрия меньше 0,75 *дб*. Входной КСВН, не превышавший, ответственно, 1,33 и 1,28, зависел в основном г согласования с фидером устройства, возбуж- ающего поверхностную волну (диэлектрический лин и рупорок).

Ослабление сигнала, передаваемого в боко- ые плечи макета № 2 при включении высокочас- тного генератора в *H*-плечо, составляло в реднем 6—8 *дб*, что обусловлено как излучени- м части высокочастотной энергии (срыв поверх- остной волны на изгибе диэлектрического вол- вода), так и потерями в диэлектрике.

Для оценки возможности создания компакт- ых двойных мостов на линиях поверхностной олны диэлектрические стержни макета № 3 бы- и металлизированы вплоть до диэлектрических азветвителей. Характеристики этого моста, га- баритные размеры диэлектрической части кото- ого составляют $(2{,}8 \times 3{,}6 \times 5{,}2)\lambda_0$, приведен- ые на рис. 5, свидетельствуют об увеличении ли прямого просачивания энергии из возбуж- ющего устройства *H*-плеча моста в возбуж- ющее устройство *E*-плеча.

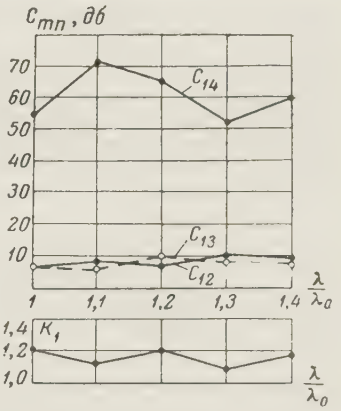


Рис. 5. Характеристики малогабаритного двойного тройника

Для удобства использования в волноводных и коаксиальных узлах целесообразно полнять двойные тройники с применением зеркально-диэлектрических волноводов, сполагаемых на 90-градусном металлическом уголке. Двойные тройники на высо- й уровень мощности могут быть изготовлены из металлопластинчатых (ребристых) ний передачи поверхностной волны.

Чтобы приблизить значение коэффициента связи с боковыми плечами моста к еальному (*3 дб*), т. е. уменьшить потери при передаче энергии в боковые плечи, не- ходимо применять диэлектрики с малым углом электрических потерь и уменьшить лучение на искривленных участках диэлектрических волноводов.

Уменьшение излучения обеспечивается применением неоднородных (по сечению лоскости изгиба) волноводов. Приближенное соотношение между диэлектрической ронцаемостью внутреннего (ε_1) и внешнего (ε_2) слоев 90-градусного изгиба имеет

$$\varepsilon_2 = \frac{4\lambda_0^2 \varepsilon_1}{(\pi a \sqrt{\varepsilon_1} + 2\lambda_0)^2},$$

где ширина волновода $a = r_2 - r_1$; r_2 — внешний радиус гиба; r_1 — внутренний радиус изгиба. Определение оптимального закона измене- я значений диэлектрической проницаемости в поперечном сечении волновода при боте в диапазоне волн удобнее производить экспериментально.

При макетировании мостов разработанного типа технологически проще применять мпаунды парафина и воска с низкой температурой плавления. Это позволяет изба- ться от необходимости изготавливать соответствующие прессформы и производить ханическую обработку и склейку. Изменение процентного соотношения порошка аната бария в указанном компаунде позволяет менять значение его диэлектри- кой проницаемости от 3 до 25 при сохранении малых электрических потерь [3].

Оптимальный, с точки зрения малого излучения на изгибе, закон изменения ффективной диэлектрической проницаемости по сечению волновода, которая вычис- ется обычно по формулам Лихтенакера [4], подбирается путем создания узких, циально расположенных по изгибу, клиновидных щелей. Ширина щелей и период уктуры должны быть много меньше минимальной длины волны в рабочем диапа- е.

Многополюсные гибридные устройства могут быть выполнены в виде комбинации из нескольких разветвителей поверхностной волны. Так на рис. 6 приведена схема двенадцатиполюсника, предназначенного для деления сигнала, подаваемого из *E*- или *H*-плеча, поровну между плечами *1*, *2*, *3* и *4*. Два сигнала, вводимые в односторонние плечи (*3* и *4*) или (*1* и *2*), вычитаются в плече *H* и складываются в плече *E*, тогда как два сигнала, вводимые в разносторонние плечи (*3* и *1*) или (*2* и *4*), вычитаются в плече *E* и складываются в плече *H*. Сигналы, вводимые в плечи (*3* и *2*) или (*4* и *1*) вычитаются как в *E*-, так и в *H*-плече. При одновременной подаче четырех сигналов в плечи *1*, *2*, *3* и *4* в плечо *E* поступает сигнал (*3*—*4*) — (*1*—*2*), а в плечо *H*—сигнал

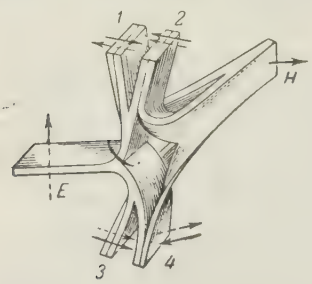


Рис. 6. Схема двенадцатиполюсника на разветвителях поверхностной волны

(*3*—*4*) — (*1*—*2*). Осуществление многополюсных устройств требует введения на тех участках диэлектрических волноводов, где они повернуты на 90° вокруг продольной оси, стабилизаторов поляризации волны [5], например металлической решетки, располагаемой в плоскости, перпендикулярной электрическому полю. Длина 90-градусной продольной скрутки, удовлетворительно работающей в ±25%-й полосе частот, составляет (2,5—3)λ_0. Габаритные размеры двенадцатиполюсника, применяемого в высокочастотной схеме, собранной на диэлектрических волноводах, т. е. без возбуждающих устройств, не превышают $(7 \times 4 \times 4)\lambda_0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. И. Мировицкий, Авторск. свидетельство № 124484 от 18 III 1958 г., Авторск. заявка № 628843/40 от 21 V 1959 г.
2. Д. И. Мировицкий, Г. Г. Валеев, Авторск. заявка № 638852/40 от 16 IX 1959 г.
3. Д. И. Мировицкий, В. Ф. Дубровин, Измерения малых образцов диэлектрических материалов в свободном пространстве на дециметровых волнах. Приборы и техника эксперимента, 1960, 3, 109.
4. D. Quily, Bulletin de la Society Francaise des electriciens, 1958, 8, 88, 214.
5. Д. И. Мировицкий, Авторск. свидетельство № 121825 от 7 V 1958.

Поступило в редакцию
17 XI 1959

О ВЛИЯНИИ НЕТОЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ НА ДИАПАЗОННЫЕ СВОЙСТВА ДИАФРАГМИРОВАННОГО ВОЛНОВОДА

И. А. Гришаев, А. И. Зыков

Несмотря на то, что вопросам расчета и измерения параметров диафрагмированного волновода посвящено много работ [1—5], вопрос о влиянии неточности изготовления на его рабочие характеристики слабо освещен в литературе. Между тем, в связи с широким применением диафрагмированных волноводов в электронных приборах СВЧ и ускорителях, этот вопрос имеет большое практическое значение.

Целью данной работы являлось исследование влияния накопления отражений, обусловленных небольшими изменениями размеров вдоль длины волновода, на частотную характеристику диафрагмированного волновода*.

При помощи подвижной нагрузки [6] измерялась зависимость полного входного сопротивления диафрагмированного волновода от частоты при различной длине волновода и разном распределении размеров по длине. Оказалось, что входной импеданс волновода весьма сильно зависит от его длины, что иллюстрируется кривыми рис. 1 и 2. Кривая *1* (рис. 1) представляет зависимость КСВ от частоты на входе волновода № 1, изготовленного из 32 резонаторов, соединенных методом диффузионного при-

* Параметры волновода: $\phi\ 2b = 84{,}67$ *мм*; $\phi\ 2a = 24{,}95$ *мм*; $D = 26{,}77$ *мм*; $\lambda_0 = 10{,}71$ *см*; $v_\phi = C$; $v_{гр} = 0{,}02\ c$ ($c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек*).

лекания * при помещении нагрузки на расстоянии двух резонаторов от согласова-
геля.

При помещении нагрузки в том же волноводе на расстоянии 22 резонаторов от согласователя частотная зависимость существенно изменяется (кривая *2*, рис. 1). На рабочей частоте при $N = 22$ КСВ=1,32 вместо 1,02 при $N = 2$. Хотя с изменением частоты КСВ меняется не сильно, изменение фазы отражения на входе велико (кривая *3*, рис. 1). Это значит, что если, например, на рабочей частоте при $N = 22$ согласовать вход компенсирующим отражением, то при изменении частоты, соответствующем изменению фазы на 180° (± 3 *Мгц* в данном случае), КСВ на входе будет равен

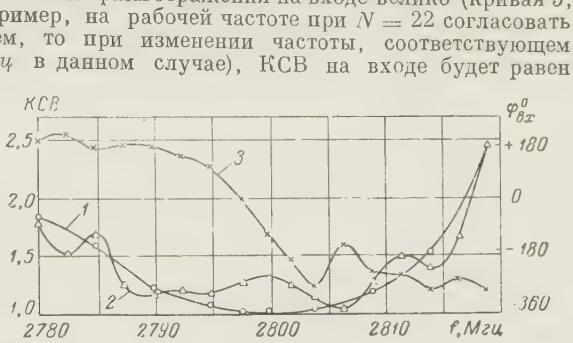


Рис. 1. Зависимость КСВ и фазы отражения на входе диафрагмированного волновода № 1 ($N = 32$) от частоты при различной длине волновода:
1 — КСВ = $k(f)$, $N = 2$; *2* — КСВ = $k(f)$, $N = 22$; *3* — $\varphi_{вх} = \varphi(f)$, $N = 22$

$k \simeq (1,3)^2 \simeq 1,7$. Таким образом, уже при сравнительно небольшой длине волновода (600 *мм*) частотная характеристика перестает быть пологой, в ней появляются минимумы и максимумы, число и величина которых растут с увеличением длины волновода. На рис. 2 приведена частотная зависимость КСВ на входе волновода № 2, изготовленного из 140 резонаторов (кривая *I*). Максимальный разброс размеров всех резонаторов не превышал $\pm 0{,}015$ *мм*, причем наиболее важный размер $2b$ у половины из них находился в пределах $\pm 0{,}005$ *мм*.

По-видимому, единственной причиной ухудшения частотной характеристики волновода с увеличением его длины является накопление отражений, обусловленных неточностью изготовления.

Специальными измерениями были определены зависимости КСВ от неточности изготовления одиночного резонатора. Численные значения производных в нашем случае оказались равными

$$\frac{\partial k}{\partial (2b)} = 0{,}02\left(\frac{1}{0{,}01\ мм}\right); \quad \frac{\partial k}{\partial (2a)} = 0{,}002\left(\frac{1}{0{,}01\ мм}\right).$$

Так как при наихудшем соотношении фаз результирующий КСВ на входе равен $k_\Sigma = \prod_{n=1}^{N} k_n$, то при большом числе отражений на определенных частотах КСВ на входе может быть значительным, несмотря на то, что одиночные отражения малы. О том, что в волноводе № 2 существуют отраженные волны, свидетельствует значение ненагруженной добротности, равной 8 000 (длина волновода 3,6 *м*), в то время как для волновода № 1 длиной 900 *мм* она равна 10 000, что весьма близко к теоретическому значению **.

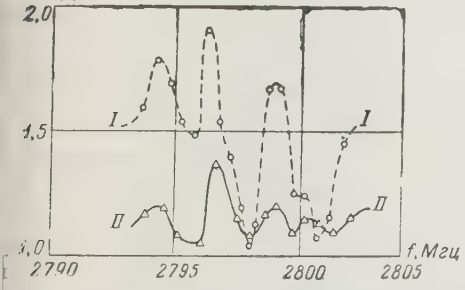


Рис. 2. Зависимость КСВ от частоты на входе волноводов № 2, 3 ($N = 140$)

По-видимому, для волноводов с высокой дисперсией избежать накапливания отражений или ослабить его можно путем соответствующей расстановки резонаторов. Есть основания ожидать, что расстановка резонаторов, при которой наиболее важный размер $2b$ монотонно возрастает, не будет наилучшим вариантом. Может оказаться, что отражения будут лучше скомпенсированы в случае, когда размер $2b$ по длине колеблется относительно среднего значения, которое монотонно возрастает. Однако этот вывод требует дальнейшего уточнения.

Основанием для него служит частотная характеристика волновода № 3, которая приведена на рис. 2 (кривая *II*). Количество резонаторов, технология и точность из-

* Разработан Л. М. Поляковым, И. А. Гришаевым, Г. Ф. Кузнецовым, Г. К. Демьяненко, Г. Н. Ивановым.

** Величина ненагруженной добротности волноводов № 1 и 2 определялась путем измерения длины затухания. Несмотря на полную идентичность технологии и точности изготовления обоих волноводов, длина затухания в волноводе № 1 была больше чем вдвое в волноводе № 2.

готовления волноводов № 2 и 3 были совершенно одинаковыми. Однако резонаторы в волноводе № 3 были расставлены таким образом, что размер $2b$ возрастал по длине не монотонно, как это было сделано в волноводе № 2 (рис. 3, *I*, где показано распреде-

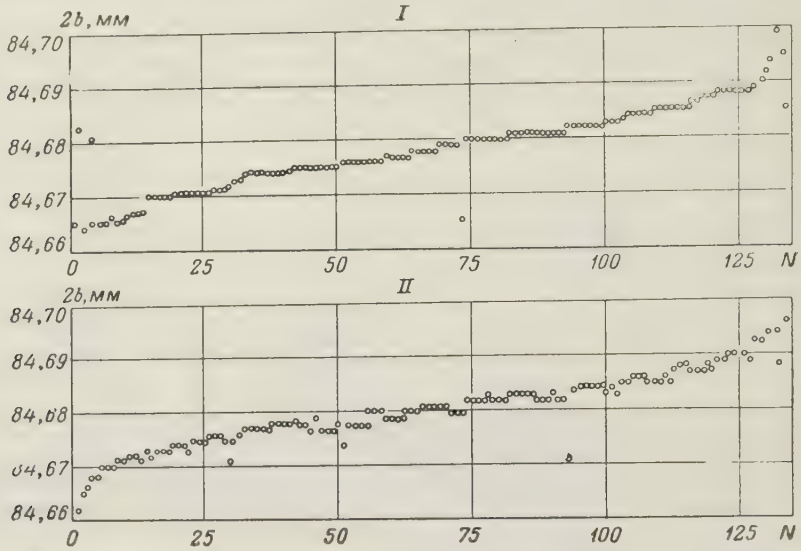


Рис. 3. Распределение размера $2b$ по длине волновода № 2 (*I*) и № 3 (*II*)

ление размера $2b$ по длине волновода № 2), а колеблясь вокруг возрастающего среднего значения (рис. 3, *II*, где показано распределение размера $2b$ по длине волновода № 3). Из сравнения кривых *I* и *II* на рис. 2 следует, что частотные характеристики волноводов № 2 и 3 существенно отличаются, несмотря на то, что точность их изготовления одинакова. Таким образом ясно, что распределение размеров по длине играет большую роль. Однако для нахождения оптимального распределения необходимо произвести большее число измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Владимирский, ЖТФ, 1947, 17, 11, 1269.
2. L. B. Mullett, B. G. Loach, Proc. Phys. Soc., 1948, 61, 345, 271.
3. E. L. Chu, W. W. Hansen, J. Appl. Phys., 1949, 20, 3, 280.
4. M. Chodorow, E. L. Ginzton, Rev. Scient. Instrum., 1955, 26, 2, 135.
5. О. А. Вальднер, Н. П. Собенин, Приборы и техника эксперимента, 1958, 4, 19.
6. И. А. Гришаев, А. И. Зыков, С. Г. Кононенко, Согласование диафрагмированных волноводов, Радиотехника и электроника (в печати).

Физико-технический институт АН УССР

Поступило в редакцию
17 VI 1959

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИНТЕТИЧЕСКОЙ СЛЮДЫ В РАДИОЛАМПАХ, ПОДВЕРГАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ВЫСОКИМ ТЕМПЕРАТУРАМ ОТЖИГА

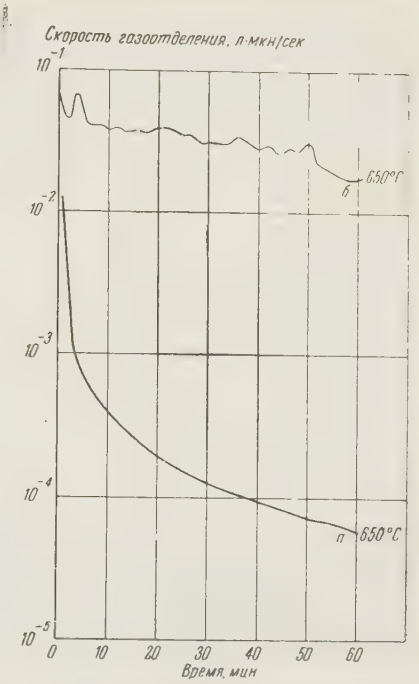
К. Р. Рассел

В статье М. С. Лейзерзона* обращается внимание на использование синтетической слюды в различных областях промышленности, в частности, в производстве радиоламп.

Все возрастающее использование алюмосиликатных стекол, выдерживающих высокую температуру отжига (до 650° С), заставило обратить внимание на неприменимость в лампах некоторых материалов при этой и более высокой температурах.

* Радиотехника и электроника, 1957, 2, 8, 1077—1081.

Первостепенной задачей является исследование поведения слюды; пробой природного материала, расслоение и значительное газоотделение исключают его применение. Для исследования свойств, связанных со способностью синтетического материала (фторфлогопита) к газоотделению в вакууме, был проведен ряд испытаний.



ис. 1. Сравнение степеней обезгаживания синтетической (*а*) и природной (*б*) слюд·

Результаты, приведенные на рис. 1, подтверждают имеющиеся в статье Лейзерна данные, иллюстрирующие существенное преимущество использования синтетической слюды.

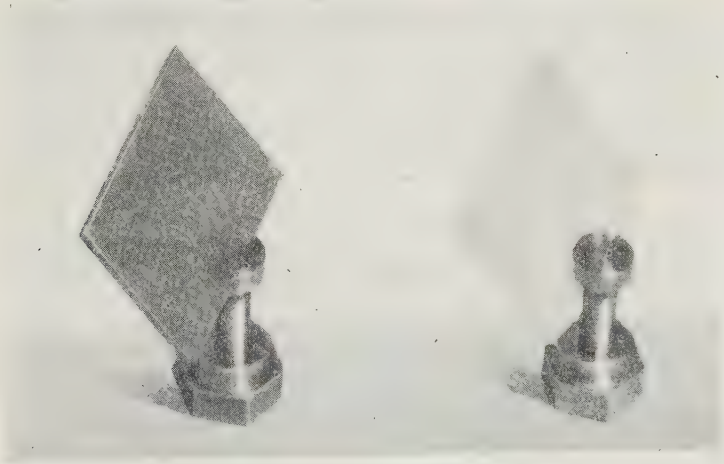


Рис. 2. Состояние двух образцов после нагревания: слева — природная слюда, справа — синтетическая слюда

На рис. 2 показано состояние двух образцов после нагревания: природная слюда метно разрушилась и расслоилась, синтетическая же слюда не изменилась.

Более полные результаты исследований, связанных с использованием алюмосилигных стекол, будут представлены в «British Journal of Applied Physics».

Поступило в редакцию
3 II 1960

РЕЖИМЫ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ СИММЕТРИЧНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО МУЛЬТИВИБРАТОРА

Е. Ф. Доронкин

Качественные показатели полупроводниковых мультивибраторов во многом зависят от режима работы триодов, который обычно выбирают либо насыщенным [1], либо, наоборот, активным [2, 3]. В первом случае достигаются почти полное использование источника питания и плоская форма вершин коллекторных импульсов, а во втором — исключается эффект накопления неосновных носителей в базах триодов и связанное с этим некоторое расширение генерируемых импульсов [4].

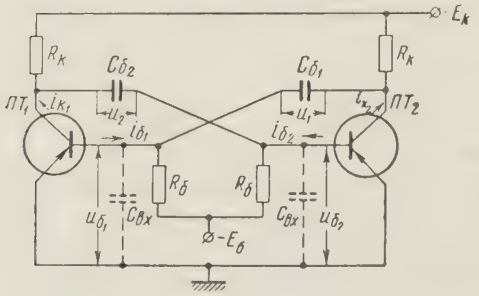


Рис. 1

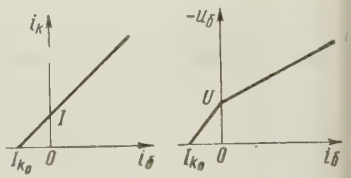


Рис. 2

Можно показать, что, кроме вышеуказанного, выбор режима работы триодов определяет собой характер самовозбуждения мультивибратора, которое может быть либо «мягким», либо «жестким». В качестве примера рассмотрим симметричный мультивибратор с коллекторно-базовыми связями (рис. 1). При анализе воспользуемся кусочно-линейной аппроксимацией статических характеристик триодов (рис. 2), согласно которой для активных областей характеристик можно написать

$$i_к = \beta i_б + I, \quad u_б = -r_{вх} i_б + U, \tag{1}$$

где β и $r_{вх}$ — коэффициент усиления по току и входное сопротивление триодов для схемы с общим эмиттером

Затем анализируем задачу об устойчивости равновесных состояний мультивибратора, которая, как известно [5], не требует решения дифференциальных уравнений системы, а сводится лишь к определению знаков действительной части корней характеристических уравнений. Пользуясь этим, дифференциальные уравнения мультивибратора можно составить в упрощенном виде. В данном случае допустим, что базовые напряжения $u_{б1,2}$ приложены непосредственно к эмиттерным переходам, а инерционные свойства триодов учтем введением входных диффузионных емкостей $C_{вх1,2}$.

С учетом сделанных допущений рассматриваемый мультивибратор описывается следующими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{du_1}{dt} &= \beta_1 R_к i_{б1} + r_{вх} i_{б2} - u_1 - q,\\
\frac{du_2}{dt} &= \beta_2 R_к i_{б2} + r_{вх} i_{б1} - u_2 + q,\\
\mu \frac{di_{б1}}{dt} &= -i_{б1}\left(\frac{R_к}{r_{вх}} + \frac{R_к + R_б}{R_б}\right) - i_{б2}\frac{\beta_2 R_к}{r_{вх}} + \frac{1}{r_{вх}} u_1 + l,\\
\mu \frac{di_{б2}}{dt} &= -i_{б2}\left(\frac{R_к}{r_{вх}} + \frac{R_к + R_б}{R_б}\right) - i_{б1}\frac{\beta_1 R_к}{r_{вх}} + \frac{1}{r_{вх}} u_2 + l,
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$q = R_к I - E_к + U, \quad l = \frac{1}{r_{вх}}\left(\frac{E_б R_к}{R_б} + E_к - \frac{R_к + R_б}{R_б} U - I R_к\right), \quad \mu = \frac{C_{вх}}{C_б}. \tag{3}$$

Известно, что в мультивибраторе сравнительно медленные изменения состояний, связанные с зарядом и разрядом времязадающих конденсаторов, чередуются с лавинообразными процессами, условие существования которых может быть записано следующим образом:

$$K = \frac{\beta_1 \beta_2}{\left[1 + \dfrac{r_{вх}(R_к + R_б)}{R_к R_б}\right]^2} > 1, \tag{4}$$

где K — коэффициент усиления по напряжению в петле положительной обратной связи мультивибратора.

В дальнейшем будем предполагать, что это условие для исследуемого мультивибратора выполняется.

Равновесное состояние полупроводникового мультивибратора, характеризующееся равенством коллекторных токов $i_{к1} = i_{к2} = I_к$ и токов без $i_{б1} = i_{б2} = I_б$ триодов, а также напряжений на разделительных конденсаторах $u_1 = u_2 = U$, может быть, как и у лампового мультивибратора [5], устойчивым и неустойчивым.

В первом случае все корни характеристического уравнения, составленного для дифференциальных уравнений (2), равные

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{\mu}\left(\frac{R_к}{r_{вх}} + \frac{R_к + R_б}{R_б}\right) \pm \frac{1}{\mu}\frac{R_к}{r_{вх}}\sqrt{\beta_1\beta_2},$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{-r_{вх}^2\left(\frac{R_к}{r_{вх}} + \frac{R_к + R_б}{R_б}\right) \pm R_к r_{вх}\sqrt{\beta_1\beta_2}}{\left(\frac{R_к}{r_{вх}} + \frac{R_к + R_б}{R_б}\right)^2 r_{вх}^2 - R_к\beta_1\beta_2} R_к \frac{R_б + r_{вх}}{R_б r_{вх}}, \qquad (5)$$

отрицательны, а во втором — хотя бы один из корней больше нуля. Таким образом, кроме вышеупомянутых быстрых и медленных движений в мультивибраторе возможно еще и состояние устойчивого равновесия.

При активном режиме работы триодов состояние равновесия мультивибратора оказывается неустойчивым, так как в нем β_1, $\beta_2 \neq 0$, и поэтому $\lambda_1 > 0$. После подключения источника питания в таком мультивибраторе возникает лавинообразный процесс, приводящий к запиранию одного из триодов и отпиранию другого. Далее быстрый процесс сменяется медленным, при котором состояние мультивибратора вновь стремится стать равновесным. Но как только закрытый триод открывается, условие (4) начинает выполняться опять, и мультивибратор снова опрокидывается. Дальнейшие процессы будут аналогичны рассмотренным. Таким образом, в случае активного режима работы триодов самовозбуждение мультивибратора будет мягким.

При насыщенном режиме работы триодов в состоянии равновесия мультивибратора, когда токи конденсаторов $C_{б1,2}$ отсутствуют, коэффициенты β_1 и β_2 равны нулю. Все корни характеристического уравнения в этом случае отрицательны, и таким образом состояние равновесия оказывается устойчивым. В таком состоянии, характеризующемся одновременным насыщением обоих триодов, мультивибратор может находиться сколь угодно долго.

Тем не менее, автоколебания в таком мультивибраторе возможны. Для того чтобы убедиться в этом, сначала допустим, что автоколебания существуют. Тогда после окончания какого-либо лавинообразного процесса один триод окажется закрытым, а второй — насыщенным, и начнется медленный переходный процесс, связанный с зарядом и разрядом соответствующих конденсаторов. Если в результате этого процесса в мультивибраторе создадутся условия для возникновения очередного опрокидывания, то можно утверждать, что автоколебания будут продолжаться и дальше, так как за вторым опрокидыванием через некоторый интервал времени по тем же причинам возникнет третье и т. д. лавинообразные опрокидывания.

Рассмотрим более подробно характер медленных переходных процессов, возникающих в интервалах между опрокидываниями, существование которых мы предположили. Рассмотрение начнем с момента запирания левого и отпирания правого триодов. Тогда в результате разряда конденсатора $C_{б1}$ напряжение на базе $u_{б1}$ будет уменьшаться, стремясь к значению, равному $-E_б$. В некоторый момент времени $u_{б1}$ становится равным нулю, и триод открывается. Однако лавинообразный процесс при этом не возникает, так как триод $ПТ_2$ в это время еще насыщен и $\beta_2 = 0$. Разряд конденсатора $C_{б1}$ будет продолжаться и при открытом триоде $ПТ_1$, вследствие чего напряжение $u_{к1}$ начинает возрастать, а конденсатор $C_{б2}$ разряжаться. Если ток базы триода $ПТ_2$ в результате появления тока разряда конденсатора $C_{б2}$ изменится настолько, что станет меньше того значения $I_{бн}$, при котором триод в статическом режиме выходит из насыщения, и если при этом произойдет рассасывание избыточных неосновных носителей в базе триода, то в мультивибраторе возникнет очередное опрокидывание. В противном случае, который может иметь место при малом усилении открывающегося триода и достаточно глубоком насыщении открытого триода, опрокидывания не произойдет.

Допустим, что ток разряда конденсатора выведет открытый триод из насыщения; тогда автоколебания в мультивибраторе, возникнув, будут поддерживаться несмотря на то, что равновесное состояние мультивибратора является устойчивым. А это означает, что самовозбуждение мультивибратора будет жестким. Для того чтобы возбудить такой мультивибратор, необходимо путем внешнего воздействия вывести триоды из насыщения хотя бы на мгновение. Это может быть осуществлено, например, путем

подачи одиночного запускающего импульса положительной полярности на базы обоих триодов.

На рис. 3 представлена диаграмма режимов самовозбуждения рассматриваемого мультивибратора, построенная на основе разбиения плоскости параметров мультивибратора на зоны, в которых его поведение качественно различно. При $K < 1$ (зона *3*) колебания отсутствуют вообще, так как при этом не выполняется условие (4). При активном режиме работы триодов (зона *1*) самовозбуждение оказывается мягким, а при насыщенном (зона *2*) — жестким.

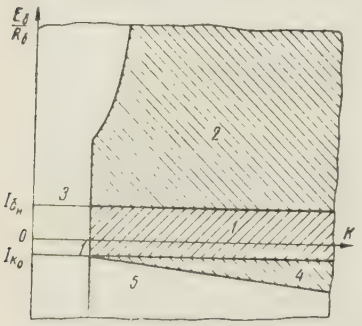


Рис. 3

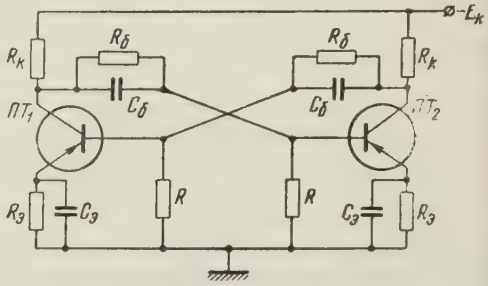


Рис. 4

При положительных напряжениях $E_б$, при которых триоды в равновесном состоянии мультивибратора закрыты, имеются еще две зоны. В первой из них (зона *4*) самовозбуждение мультивибратора является жестким, а во второй (зона *5*) — колебания отсутствуют вообще. Последние две зоны, как известно, наблюдаются и у аналогичных ламповых мультивибраторов и достаточно хорошо изучены [5, 6]. Наличие всех рассмотренных зон на диаграмме и их конфигурация подтверждаются экспериментально. Известно, что при изменении температуры окружающей среды режим работы триодов, а следовательно и характер самовозбуждения мультивибратора, может измениться. В тех случаях, когда жесткое самовозбуждение мультивибратора является недопустимым, его схему целесообразно видоизменить так, как показано на рис. 4. Теперь в равновесном состоянии мультивибратора триоды не могут быть одновременно насыщены, так как базовые сопротивления $R_б$ подключены к коллекторам триодов, потенциалы которых при насыщении благодаря малым сопротивлениям $R_э$ сравнительно невелики. Следует, однако, отметить, что при очень малых эмиттерных сопротивлениях или отсутствии таковых мультивибратор (рис. 4) может работать в режиме триггера.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. С. Ржевкин, К. Я. Сенаторов, С. П. Маслов, Исследование мультивибратора на плоскостных полупроводниковых триодах, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 9, 1110.
2. J. J. Suran, F. A. Reibert, Two-terminal analysis and synthesis of function transistor multivibrators, IRE Trans. Circuit Theory, 1956, 3, 1, 26.
3. D. H. Hamilton, A transistor univibrator with stabilized pulse duration, IRE Trans. Circuit Theory, 1958, 5, 1, 69.
4. В. А. Кузьмин, В. И. Швейкин, О работе полупроводникового триода в области насыщения, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 10, 1269.
5. Н. А. Железцов, М. И. Фейгин, О режимах работы симметричного мультивибратора, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 6, 751.
6. В. В. Виткевич, Жесткий режим самовозбуждения релаксационного генератора, ЖТФ, 1946, 16, 3, 309.

Поступило в редакцию
9 XI 1959

К ТЕОРИИ ОДНОКОНТУРНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ

Ю. Е. Дьяков

Ниже рассматривается усиление гармонического сигнала и стационарного шума линейным *RLC*-контуром, параметры которого являются периодическими функциями времени (одноконтурный параметрический усилитель). Используя некоторые результаты общей теории уравнения Хилла, можно рассмотреть задачу в общем виде, не конкретизируя закона изменения (модуляции) параметров контура и не делая, в частности, предположения о малости глубины модуляции. Предполагается, что после контура стоит достаточно узкополосный фильтр, пропускающий лишь частоту сигнала, которая немного отличается от величины $\Omega N/2$, где Ω — частота накачки и $N = 1, 2, \ldots$. В этом случае усиление, даваемое системой контур — фильтр, не зависит от фазы сигнала.

Вынужденные колебания в контуре, на который действует напряжение $\mathcal{E}(t)$, описываются уравнением

$$L(t)\ddot{q} + [\dot{L}(t) + R(t)]\dot{q} + \frac{q}{C(t)} = \mathcal{E}(t), \tag{1}$$

где q — заряд на емкость; $L(t)$, $C(t)$ и $R(t)$ — периодические функции времени с периодом $T = 2\pi/\Omega$. Решение для уравнения (1) можно построить, если известно решение однородного уравнения

$$\ddot{x} + p_1(t)\dot{x} + p_2(t)x = 0, \quad p_1 = (\dot{L} + R)L^{-1}, \quad p_2 = C^{-1}L^{-1},$$

которое подстановкой $x = z\exp\left(-\frac{1}{2}\int p_1 dt\right)$ приводится к уравнению Хилла

$$\ddot{z} + \mathfrak{p}(t)z = 0, \quad \mathfrak{p}(t) = p_2 - \frac{p_1^2 + 2\dot{p}_1}{4}. \tag{2}$$

Параметрическому усилению соответствует случай, когда уравнение (2) имеет линейно-независимые решения вида $z_1 = \Phi\exp(\mu t)$ и $z_2 = \Psi\exp(-\mu t)$, где μ — положительная постоянная, меньшая $h = \frac{1}{2T}\int p_1 dt$, а Φ и Ψ — действительные периодические функции времени, имеющие одинаковый период, равный T или $2T$. Интенсивность вынужденных колебаний тем больше, чем меньше $h - \mu$; при $\mu \geqslant h$ контур возбуждается. Мы ограничимся рассмотрением случая большого усиления, когда $h - \mu \leqslant h + \mu$. Если период функций Φ и Ψ равен $2T$, что соответствует первой (вообще нечетной) области нестабильности уравнения Хилла (2), и $\sigma(t) = \frac{p_1(t)}{2} - h$, то можно написать следующие разложения:

$$\Phi e^{-\int\sigma dt} = e^{-j\Omega t/2}\sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m e^{-jm\Omega t}, \quad \Psi e^{-\int\sigma dt} = e^{-j\Omega t/2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\beta_m e^{-jm\Omega t},$$

$$L^{-1}\Phi e^{\int\sigma dt} = e^{j\Omega t/2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\alpha_m e^{jm\Omega t}, \quad L^{-1}\Psi e^{\int\sigma dt} = e^{j\Omega t/2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}a_m e^{jm\Omega t}.$$

Точное установившееся решение для (1) при $\mathcal{E}(t) = b\cos(\omega_c t + \varphi)$ имеет вид [1]

$$q = \frac{b}{2}e^{j(\omega_c t+\varphi)}\sum_{n=-\infty}^{\infty}k_n(\omega_c)e^{j\Omega nt} + \text{компл. сопр.}, \tag{3}$$

где

$$k_n(\omega) = \frac{1}{\Delta}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\frac{\alpha_m\beta_{m-n}}{h+\mu+j\left(\omega+m\Omega+\frac{\Omega}{2}\right)} - \frac{a_m b_{m-n}}{h-\mu+j\left(\omega+m\Omega+\frac{\Omega}{2}\right)}\right];$$

$$\Delta = z_1\dot{z}_2 - \dot{z}_1 z_2 = \text{const}.$$

Если $\omega_c = \frac{\Omega}{2} + \delta$ ($\Omega \gg |\delta| \neq 0$) и $h - \mu \ll h + \mu$, так что добротность регенерированного контура, равная $\Omega/4(h-\mu)$, много больше единицы, то величина $k_n(\omega_c)$ будет определяться, в основном, членом, пропорциональным $a_{-1}b_{-1-n}$. Так как после контура стоит фильтр, настроенный на ω_c, то в (3) можно оставить лишь

член с $n = 0$. В результате выражение (3) примет вид

$$q = -\frac{ba_{-1}b_{-1}e^{j(\omega_c t+\varphi)}}{2\Delta(h-\mu-j\delta)} + \text{компл. сопр.} \qquad (4)$$

Обозначив через ψ аргумент первого слагаемого в правой части (4), получим для напряжения на выходе системы контур — фильтр

$$u \sim i = \dot{q} = \frac{b\omega_c |a_{-1}b_{-1}|}{\Delta\sqrt{(h-\mu)^2+\delta^2}} \sin(\omega_c t + \varphi + \psi). \qquad (5)$$

Рассмотрим усиление шума. Как показано в [1], усредненная по времени спектральная интенсивность флуктуаций заряда q, обусловленных шумом $\mathcal{E}(t)$ со спектральной интенсивностью $S(\omega)$, равна $G(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(\omega - \Omega n)\,|k_n(\omega - \Omega n)|^2$. Рассмотрим сначала случай $S(\omega) = S_0 = \text{const}$. При $h - \mu \ll h + \mu$ и $\omega \simeq \Omega/2$ выражение для $G(\omega)$ принимает вид

$$G_0(\omega) \simeq \frac{S_0}{\Delta^2}\sum_{n,m}\frac{|a_m b_{m-n}|^2}{(h-\mu)^2+\left[\omega+\Omega(m-n)+\frac{\Omega}{2}\right]^2} =$$

$$= \frac{S_0\sum_m |a_m|^2}{\Delta^2}\sum_n \frac{|b_n|^2}{(h-\mu)^2+\left(\omega+\Omega n+\frac{\Omega}{2}\right)^2},$$

откуда следует, что дисперсия флуктуаций напряжения на выходе фильтра с полосой B равна

$$\sigma^2_{\text{вых}(0)} \sim G_0(\omega_c)\,\omega_c^2 2B = \frac{2BS_0\omega_c^2|b_{-1}|^2\sum_m |a_m|^2}{\Delta^2[(h-\mu)^2+\delta^2]}.$$

Имея в виду вычисление шум-фактора, рассмотрим также усиление шума, обусловленного выходным сопротивлением R_g генератора усиливаемого напряжения. Вид спектральной интенсивности этого шума зависит от коэффициента передачи тракта, соединяющего контур с антенной. Рассмотрим два случая: 1) тракт является фильтром, аналогичным фильтру, стоящему после контура, так что компоненты шума антенны с частотами, близкими к «зеркальной» частоте $\Omega - \omega_c$, не проходят на контур; 2) на контур попадают компоненты шума антенны с частотами, близкими как к частоте сигнала, так и к зеркальной частоте.

В первом случае в выражении для $G(\omega)$ отличен от нуля только член с $n = 0$: $G_g(\omega) = S_g(\omega)\,|k_0(\omega)|^2$, так что

$$\sigma^2_{\text{вых}(g)} \sim C_g(\omega_c)\,\omega_c^2 2B = \frac{2BS_g(\omega_c)\,\omega_c^2\,|a_{-1}b_{-1}|^2}{\Delta^2[(h-\mu)^2+\delta^2]}.$$

Полная мощность шума на выходе фильтра пропорциональна

$$\sigma^2_{\text{вых}(0)} + \sigma^2_{\text{вых}(g)} = \frac{2B\omega_c^2|b_0a_0|^2}{\Delta^2[(h-\mu)^2+\delta^2]}[S_g + 2S_0(1+\gamma)], \qquad (6)$$

где $\gamma = \sum_{m\neq 0,-1} |a_m|^2/2\,|a_0|^2$*. Из (5) и (6) следует, что отношение сигнал/шум на выходе системы контур — фильтр равно

$$(\text{с/ш})_{\text{вых}} = \frac{b^2}{4B[S_g + 2S_0(1+\gamma)]}.$$

Интенсивность (в полосе B) шума антенны на входе контура равна $2BS_g$, так что $(\text{с/ш})_{\text{вх}} = b^2/4BS_g$. Таким образом, шум-фактор системы контур — фильтр в рас-

* $a_0 = a^*_{-1}$ и $b_0 = b^*_{-1}$, поскольку Φ и Ψ действительны.

сматриваемом случае равен

$$F = (\text{с/ш})_{\text{вх}} : (\text{с/ш})_{\text{вых}} = 1 + 2\frac{S_0}{S_g}(1+\gamma). \tag{7}$$

Во втором случае аналогичные выкладки приводят к следующему результату:

$$F = 2 + 2\frac{S_0}{S_g}(1+\gamma). \tag{8}$$

Формулы (7) и (8) для шум-фактора справедливы и в общем случае когда параметрам контура соответствует N-я (четная или нечетная) область нестабильности уравнения Хилла и $\omega_c \simeq N\Omega/2$; при этом

$$\gamma = \gamma_N = \begin{cases} \sum\limits_{m \neq N-1, -N} |a_m|^2/2\,|a_{N-1}|^2, & N\text{— нечетное число,} \\ \sum\limits_{m \neq \pm N} |a_m|^2/2\,|a_N|^2, & N\text{ — четное число} \end{cases}$$

при N четном в рядах для $\Phi \exp\left(-\int_*^* \sigma\,dt\right)$ и $L^{-1}\Psi \exp\int \sigma\,dt$ следует опустить множители $\exp(\pm j\Omega t/2)$, так что $a_{-N} = a_N$).

Постоянная γ_N является поправкой к приближенному выражению для шум-фактора, получающемуся при учете в контуре лишь колебаний с частотами, близкими к $\omega_c \simeq N\Omega/2$. В пределах N-й области нестабильности уравнения Хилла величина γ_N зависит от глубины модуляции емкости, индуктивности или сопротивления контура и от соотношения между собственной частотой контура и частотой накачки. Если, например, в (1) L и R от времени не зависят, а $C(t) = (1 + \eta\cos\Omega t)^{-1}$, то $\gamma_{1(\text{макс})} \simeq 0{,}02$, $\gamma_{2(\text{макс})} \simeq 0{,}5$ и $\gamma_{3(\text{макс})} \simeq 1$. Таким образом, в первой области нестабильности выражения (7) и (8) практически совпадают с полученными в [2]. В других областях и при других законах модуляции параметров контура увеличение шум-фактора за счет γ_N может быть существенным.

Физический смысл поправки γ_N состоит в следующем. В результате умножения компонент шума на коэффициент передачи $k(\omega, t) = \sum\limits_n k_n(\omega)\exp(j\Omega nt)$ контура с периодическими параметрами на выход фильтра, стоящего после контура и настроенного на частоту сигнала ω_c, попадут не только компоненты шума с частотами $\sim \omega_c$, но и компоненты, частота которых близка к $\omega_c \pm n\Omega$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$. Величина γ_N оценивает увеличение шум-фактора, обусловленное этими последними компонентами внутреннего шума, который предполагается δ-коррелированным.

Автор благодарен С. М. Рытову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Е. Дьяков, Регулярное и флуктуационное воздействие на линейные системы с периодически меняющимися параметрами, Научно-техн. сб. [11], 1958, № 4, 6.
2. Е. М. Гершензон, Н. Г. Птицына, Г. И. Рожкова, В. С. Эткин, Основы теории, расчета и вопросы методики экспериментального исследования одноконтурных параметрических усилителей СВЧ на полупроводниковых диодах, Радиоэлектронная промышленность, 1959, 17, 3—14.

Поступило в редакцию
11 VII 1959

СИМПОЗИУМ ПО ДИФРАКЦИИ ВОЛН

Комиссия по акустике Академии наук СССР совместно с Акустическим институтом АН СССР и Одесским электротехническим институтом связи проводят с 26 сентября по 1 октября 1960 г. в Одессе симпозиум по дифракции волн, посвященный следующим вопросам.

1. Математические формулировки задач дифракции и общие свойства решений.
2. Точные и приближенные методы решения задач дифракции и излучения для областей различной формы.
3. Новые результаты, относящиеся к решению различных конкретных задач дифракции.

В связи с актуальностью дифракционных проблем для различных отраслей науки и техники: акустики, радиотехники, оптики, сейсмологии, гидродинамики, прикладной математики и др. одной из основных задач симпозиума является совместное обсуждение общих вопросов дифракции представителями указанных отраслей.

Заявки на доклады вместе с их аннотациями в трех экземплярах следует направлять в Оргкомитет симпозиума по адресу: Одесса, ул. Челюскинцев 1—3. Одесский электротехнический институт связи, Оргкомитету симпозиума. Аннотация должна иметь перевод заглавия на английский язык и не превышать по объему 1000 печатных знаков.

Справки у членов Оргкомитета:

М. Д. Хаскинд — председатель, Одесса, тел. 4-74-33.
Г. Д. Малюжинец — зам. председателя, Москва, тел. В-7-56-67
Л. А. Вайнштейн — зам. председателя, Москва, тел. В-7-32-47
Г. И. Макаров — зам. председателя, Ленинград, тел. А-2-11-34
Б. Г. Шпаковский — зам. председателя, Москва, тел. В-5-00-12, доб. 366

Секретариат — Москва, тел. В-5-00-12, доб. 308
Одесса, тел. 2-46-63

CONTENTS

Starik A. M. Principle directions in designing dischargers for antenna switches (review) 1035

Prosin A. V. On the theory of cross distortions at distant tropospheric propagation of microwaves 1052

Remizov L. T., Golubtsov M. G., Tiufyakin L. S. Receiving system for measurement of statistical characteristics of signals at tropospheric scattering of radiowaves 1065

Wang Huan-cho. Method of calculation of a dielectric insert for matching H_{01} wave in the transition between two circular waveguides 1072

Mirovitskii D. I., Valeev G. G. Directional couplers of a surface wave 1078

Pistolkors A. A., Sui Ien-sheng. Free electromagnetic oscillations of a spheric cavity with a small magnetized ferrite sphere in the centre 1085

Loshakov L. N. On the theory of a multiconductor transmission line consisting of a system of variable phase conductors on the surface of a circular cylinder 1092

Solntsev V. A., Tager A. S. Excitation of waveguide systems by an electron stream with given modulation 1100

Kormilitsin B. T., Ovcharov V. T. On an equation for paraxial optics of electron beams with high current density 1112

Strashkevich A. M. Catenary method for plotting trajectories of relativistic and ultrarelativistic particles in electrostatic fields 1118

Starik A. M. Glow discharge application for electron tuning the discharger of a transmitter blocking device 1124

Syrgii A. S., Granovskii V. L. On the theory of rarefied gas deionization in a magnetic field 1129

Shuppe G. N., Vasiliev V. P. Application of radioactive isotopes to the study of processes in an oxide cathode and some other problems of cathode electronics 1135

Zarkhi L. D. Special features of the operating conditions of a junction transistor with sinusoidal input and output voltages. 1145

Shveikin V. I. Experimental investigation of the principle properties of transistors by means of measuring the minority carrier charge 1158

Kaptsov L. N. Influence of modulation of thickness of a collector p—n-junction upon the operating conditions of a semiconductor triode oscillator 1165

Zhabotinskii M. E., Levkin L. V., Sverchkov E. I., Fetisova V. R. Model of a caesium frequency standard 1773

BRIEF REPORTS

Fink L. M., Kovalev N. I. Probability distribution and entropy power of narrowband noise with a limited amplitude 1177

Mirovitskii D. I., Valeev G. G. Hybrid connections on surface wave lines 1179

Grishaev I. A., Zykov A. I. Influence of non-precision in manufacture upon the band properties of a septate waveguide 1182

Rassel K. R. The use of synthetic mica in radio valves processed at high bake-out temperatures 1184

Doronkin E. F. Self-excitation regimes of a balanced semiconductor multivibrator 1186

Dyakov Yu. E. On the theory of one-circuit parametric amplifier 1189

Цена 13 руб. 75 коп.

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА НА ЖУРНАЛЫ ИЗДАТЕЛЬСТВА АКАДЕМИИ НАУК СССР НА ВТОРОЕ ПОЛУГОДИЕ 1960 г.

Наименование журнала	Количество номеров за 6 мес.	Цена за 6 мес.
Автоматика и телемеханика.	6	67—50
Акустический журнал.	2	24—00
Астрономический журнал.	3	49—50
Биофизика	3	36—00
Биохимия.	3	54—00
Ботанический журнал.	6	90—00
Вестник Академии наук СССР.	6	48—00
Вестник древней истории.	2	48—00
Вопросы языкознания.	3	36—00
Высокомолекулярные соединения.	6	75—00
Геология рудных месторождений.	3	36—00
Геохимия.	4	36—00
Доклады Академии наук СССР.	18	259—20
Доклады Академии наук СССР (с 6 папками коленкоровыми с тиснением).	18	271—20
Журнал аналитической химии.	3	36—00
Журнал высшей нервной деятельности имени И. П. Павлова.	3	45—00
Журнал научной и прикладной фотографии и кинематографии.	3	22—50
Журнал неорганической химии.	6	135—00
Журнал общей биологии.	3	22—50
Журнал общей химии.	6	165—00
Журнал прикладной химии.	6	112—50
Журнал технической физики.	6	63—00
Журнал физической химии.	6	135—00
Журнал экспериментальной и теоретической физики.	6	144—00
Записки Всесоюзного минералогического общества.	3	36—00
Зоологический журнал.	6	90—00
Известия Академии наук СССР		
серия биологическая	3	45—00
серия географическая	3	45—00
серия геологическая	6	72—00
серия геофизическая	6	90—00
серия математическая	3	45—00
серия физическая	6	72—00
Известия Академии наук СССР. Отделение литературы и языка.	3	27—00
Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук:		
металлургия и топливо	3	37—50
механика и машиностроение	3	37—50
энергетика и автоматика	3	37—50
Известия Академии наук СССР. Отделение химических наук.	6	90—00
Известия Всесоюзного географического общества.	3	27—00
Известия Карельского и Кольского филиалов Академии наук СССР	2	14—00
Исторический архив.	3	45—00
Исторический архив (в перепл.).	3	49—50
История СССР	3	36—00
Коллоидный журнал.	3	36—00
Кристаллография.	3	45—00
Математический сборник.	6	72—00
Микробиология.	3	45—00
Новая и новейшая история.	3	30—00
Оптика и спектроскопия.	6	81—00
Палеонтологический журнал.	2	30—00
Почвоведение.	6	72—00
Приборы и техника эксперимента.	3	45—00
Прикладная математика и механика.	3	58—00
Природа.	6	42—00
Проблемы востоковедения.	3	48—50
Радиотехника и электроника.	6	82—00
Радиохимия.	3	36—00
Русская литература.	2	20—00
Советская археология.	2	50—00
Советская этнография.	3	74—00
Советское государство и право.	6	52—00
Теория вероятностей и ее применения.	2	22—50
Успехи современной биологии.	3	24—00
Успехи химии.	6	48—00
Физика твердого тела.	6	50—00
Физиологический журнал СССР им. И. М. Сеченова.	6	72—00
Физиология растений.	3	36—00
Цитология.	3	36—00
Энтомологическое обозрение.	2	45—00
Журналы Сибирского отделения Академии наук СССР		
Геология и геофизика.	6	42—00
Журнал прикладной механики и технической физики.	2	30—00
Журнал структурной химии.	2	30—00
Известия Сибирского отделения Академии наук СССР.	6	42—00
Кинетика и катализ.	2	30—00
Сибирский математический журнал.	2	30—00

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ В ПУНКТАХ ПОДПИСКИ «СОЮЗПЕЧАТИ», ПОЧТАМТАХ, КОНТОРАХ И ОТДЕЛЕНИЯХ СВЯЗИ, ОБЩЕСТВЕННЫМИ УПОЛНОМОЧЕННЫМИ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ И В УЧРЕЖДЕНИЯХ, А ТАКЖЕ ОТДЕЛЕНИЯМИ И МАГАЗИНАМИ «АКАДЕМКНИГА» И КОНТОРОЙ «АКАДЕМКНИГА» ПО АДРЕСУ:

МОСКВА, ЦЕНТР, Б. ЧЕРКАССКИЙ ПЕР., 2/10

«АКАДЕМКНИГА»